المراجعة رقم (1)

اختبار شهر اكتوبر





أولاً

اختبـارات تراكميـــة قصيــرة فــى الجبــر

الدرجة الكلية

....

١٠

اختبـار 1 على درس 1 من الوحدة الأولى

أجب عن الأسئلة الآتية :

السـؤال الأول ٤ درجات — كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

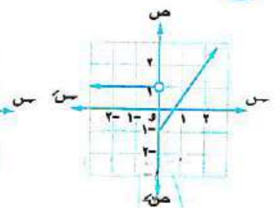
(١) مجال الدالة د : د (س) = $\sqrt{س - ٢}$ هو ....

(أ) [٢ ، ∞[(ب)]٢ ، ∞[(جـ)]−∞ ، ٢] (د)]−∞ ، ٢[

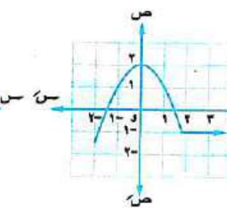
(٢) مجال الدالة د : د (س) = $\sqrt[3]{س - ٣}$ هو ....

(أ) [٣ ، ∞[(ب)]٣ ، ∞[(جـ)]−∞ ، ٣] (د) ح

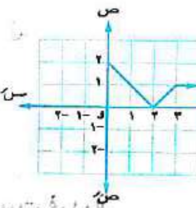
(٣) أى من الأشكال البيانية الآتية لا يمثل دالة فى س ؟



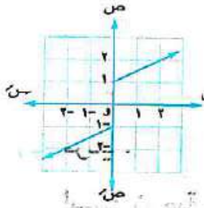
(أ)



(ب)

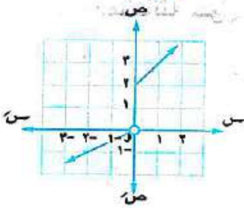


(جـ)



(د)

(٤) الشكل المقابل يمثل دالة مجالها = ...



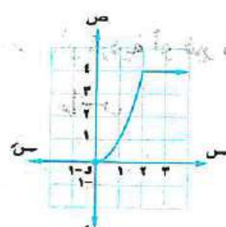
(أ) ح (ب) ح −]٠ ، ٢]

(جـ) ح − {٠} (د) ح − [٠ ، ٢[

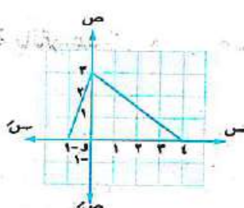
السـؤال الثانى ٦ درجات — كل جزئية درجتان

ابحث اطراد كل من الدوال الممثلة بالأشكال الآتية :

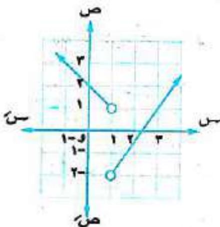
(١)



(٢)



(٣)





اختبـار 2 حتى درس 2 من الوحدة الأولى

أجب عن الأسئلة الآتية :

السـؤال الأول **٤ درجات** كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجال الدالة د : د (س) = $\frac{١}{س}$ هو ....

(أ) ح　　(ب) ح − {٠}　　(جـ) ح − {١}　　(د) {٠}

(٢) أى من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية زوجية ؟

(أ) د (س) = جاس　　(ب) ر (س) = س جتاس

(جـ) ى (س) = س جاس　　(د) هـ (س) = ظاس

(٣) الشكل المقابل يمثل دالة ....

(أ) زوجية.

(ب) فردية.

(جـ) ليست زوجية وليست فردية.

(د) متماثلة حول محور الصادات.

(٤) الشكل المقابل يمثل دالة

مداها = ...

(أ) ح　　(ب) ح −]−٢ ، ٠]

(جـ)]−٢ ، ٢[　　(د) {−٢ ، ٢}

السـؤال الثانى **٦ درجات** كل جزئية درجتان

ابحث نوع كل من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

(١) د (س) = $س^٤ + س^٢$

(٢) د (س) = $س^٢$ جاس

(٣) د (س) = $\frac{س^٣ + ٢}{س − ٣}$

الدرجة الكلية


اختبار 3 حتى درس 3 من الوحدة الأولى

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول ٤ درجات

مثل بيانيًا الدالة د : $د(س) = \begin{cases} |س| & \text{عندما } س \leq ٠ \\ س^{٢} & \text{عندما } س > ٠ \end{cases}$

ومن الرسم استنتج مدى الدالة وبيِّن نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك وادرس اطرادها.

السؤال الثانى ٣ درجات

ارسم الشكل البيانى للدالة د : $د(س) = \begin{cases} -س & ، -٢ \leq س < ٠ \\ س & ، ٠ \leq س < ٢ \end{cases}$

ومن الرسم عين مداها وابحث اطرادها.

السؤال الثالث ٣ درجات

ارسم الشكل البيانى للدالة د : $د(س) = \begin{cases} س - ١ & ، ٢ < س \leq ٤ \\ -١ & ، -٢ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

ومن الرسم عين المدى.

الدرجة الكلية



اختبـار 4 حتى درس 4 من الوحدة الأولى

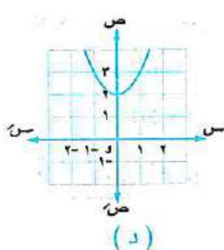
١٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

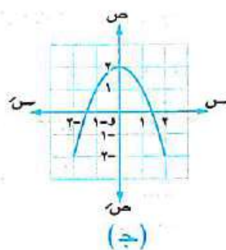
السـؤال الأول ٤ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

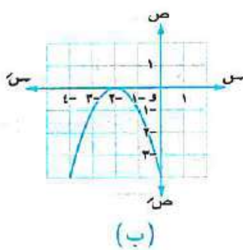
(١) إذا كانت د دالة حيث د (س) = $س^٢$ + ٢ فإن الشكل الذى يمثل د هو ....



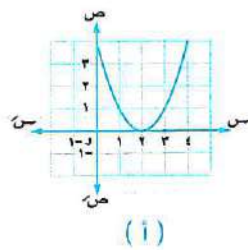
(د)



(جـ)



(ب)



(أ)

(٢) مدى الدالة د حيث د (س) = { ٠ عندما س ≥ ٠ ، −١ عندما س < ٠ } هو ....

(أ) {٠}　(ب) {−١}　(جـ) ح　(د) {٠ ، −١}

(٣) نقطة تماثل منحنى الدالة د حيث د (س) = $س^٣$ هى ....

(أ) (١ ، ١)　(ب) (٠ ، ٠)　(جـ) (١ ، ٠)　(د) (٠ ، ١)

(٤) مدى الدالة د : د (س) = $\frac{١}{س - ٢}$ − ١ هو ....

(أ) ح − {٢}　(ب) ح − {١}

(جـ) ح − {−١}　(د) ح

السـؤال الثانى ٦ درجات

استخدم منحنى الدالة د : د (س) = $س^٣$ لتمثيل الدالة ر : ر (س) = $(س - ٣)^٣$ مبينًا مجال ر ومداها وادرس اطرادها وبين نوع الدالة ر من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك.

الدرجة الكلية
....
١٠

اختبار 5 حتى درس 5 من الوحدة الأولى

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول ٤ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت : د (س) = ٥ فإن : د (٧) = ...

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٣٥

(٢) نقطة رأس المنحنى للدالة د حيث د (س) = $س^٢$ + ١ هى ....

(أ) (١ ، ٠) (ب) (-١ ، ٠) (جـ) (٠ ، ١) (د) (٠ ، -١)

(٣) منحنى الدالة ر : ر (س) = $س^٣$ + ٢ هو نفس منحنى د : د (س) = $س^٣$ بإزاحة مقدارها وحدتان فى اتجاه ....

(أ) $\overleftarrow{و س}$ (ب) $\overleftarrow{و س'}$ (جـ) $\overleftarrow{و ص}$ (د) $\overleftarrow{و ص'}$

(٤) مجموعة الحل فى ح للمعادلة : | س | + ١ = ٠ هى ....

(أ) {١} (ب) {-١} (جـ) {١ ، -١} (د) Ø

السؤال الثانى ٢ درجة

أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{س^٢ - ٢س + ١} = ٨$

السؤال الثالث ٤ درجات كل جزئية درجة

فى الشكل المقابل :

رسم منحنى الدالة د : د (س) = | س |

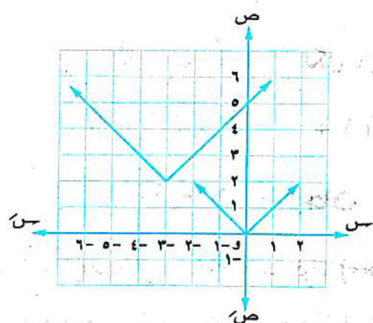
ثم أُزيح فى اتجاه محورى الإحداثيات

اكتب : (١) قاعدة الدالة الناتجة.

(٢) إحداثيى نقطة رأس منحناها.

(٣) مداها ثم استنتج اطرادها.

(٤) معادلة محور تماثلها.



ثانيًا اختبـارات تراكميــة قصيــرة فــى التفاضل

الدرجة الكلية

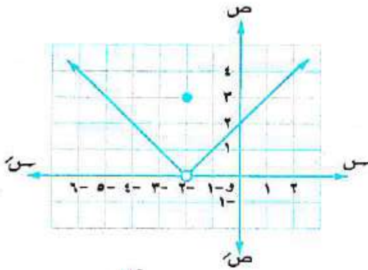


اختبـار 1 على درس 1 من الوحدة الثالثة

أجب عن الأسئلة الآتية :

السـؤال الأول ٤ درجات *كل جزئية درجة*

من الرسم البيانى المقابل الذى يمثل الدالة د أوجد :



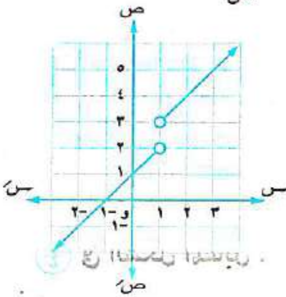
(١) نهـــا د (س) حيث س ← -٢ (٢) نهـــا د (س) حيث س ← ٠

(٣) د (-٢) (٤) د (٠)

السـؤال الثانى ٦ درجات *كل جزئية درجتان*

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الشكل المقابل هو التمثيل البيانى للدالة د فإن :

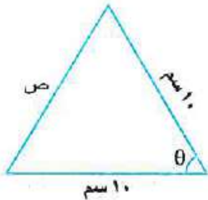


نهـــا د (س) = ... حيث س ← ١

(أ) ٢ (ب) ٣

(جـ) ١ (د) غير موجودة.

(٢) فى الشكل المقابل :

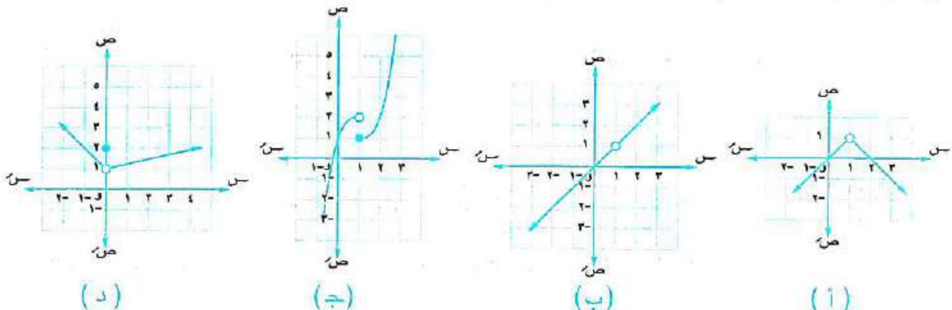


عندما θ ← $\frac{\pi}{٢}$ فإن : ص ← .... سم.

(أ) صفر (ب) ٥

(جـ) ١٠ (د) ١٠ $\sqrt{٢}$

(٣) أى من الدوال الممثلة بالأشكال الآتية ليس لها نهاية عند س = ١ ؟



الدرجة الكلية



اختبار 2 حتى درس 2 من الوحدة الثالثة

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول ٤ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① $\lim_{س \to ١} \left(\frac{٣}{٤}\right) = \ldots\ldots\ldots$

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

② $\lim_{س \to ٠} (٢س^٢ + ٣) = \ldots\ldots\ldots$

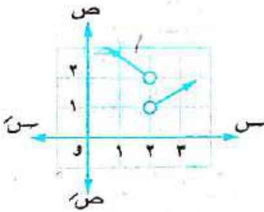
(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٧

③ $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - ١}{س - ١} = \ldots\ldots\ldots$

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) −١ (د) ليس لها وجود.

④ فى الشكل المقابل :

$\lim_{س \to ٢} د(س) = \ldots\ldots\ldots$



(أ) ١ (ب) صفر

(جـ) ٢ (د) ليس لها وجود.

السؤال الثانى ٤ درجات كل جزئية درجتان

أوجد كلًا من :

① $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٥س + ٦}{س^٢ - ٤}$

② $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س + ١} - ٢}{س - ٣}$

السؤال الثالث ٢ درجة

إذا كانت : $\lim_{س \to ٢} \frac{أ}{س + ١} = ٤$ فأوجد : قيمة أ

ثالثًا اختبارات تراكمية قصيرة فى حساب المثلثات



اختبار 1 على درس 1 من الوحدة الرابعة

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول ٤ درجات كل جزئية درجة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق (∠ أ) = ٣٠° ، أ = ٦ سم فإن : $\frac{ب}{جا ب}$ = ... سم.

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) ١٢

② فى Δ أ ب حـ إذا كان : ٢ جا أ = ٣ جا ب = ٤ جا حـ فإن : أ : ب : حـ = ...

(أ) ٢ : ٣ : ٤ (ب) ٤ : ٣ : ٢ (جـ) ٣ : ٤ : ٦ (د) ٦ : ٤ : ٣

③ طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب حـ الذى فيه :

ق (∠ أ) = ٣٠° ، أ = ١٠ سم هو .... سم.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٤٠

④ فى Δ أ ب حـ يكون المقدار ٢ نق جا أ = ...

(أ) أ (ب) ب (جـ) حـ (د) م (Δ أ ب حـ)

السؤال الثانى ٣ درجات

أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = ٢٣° ، ق (∠ ب) = ٦٧° وطول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه = ١٠ سم ، أوجد كلًا من : أ ، ب لأقرب سنتيمتر.

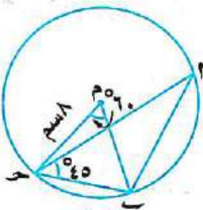
السؤال الثالث ٣ درجات

فى الشكل المقابل :

دائرة مركزها م ، وطول نصف قطرها ٨ سم

، ق (∠ ب م حـ) = ٦٠° ، ق (∠ أ حـ ب) = ٤٥°

أوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$



الدرجة

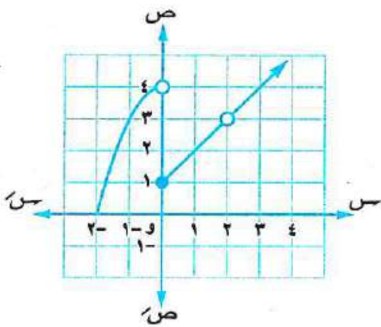
٢٠

اختبــار ١

(١٢ درجة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) من الشكل المقابل :



$\lim\limits_{س \to ٠}$ د (س) = ...

(أ) ٢

(ب) ٤

(جـ) ١

(د) غير موجودة.

(٢) أ ب حـ مثلث فيه $\frac{\text{جا أ}}{٣} = \frac{\text{٢ جا ب}}{٥} = \frac{\text{جا حـ}}{٤}$ فإن أَ : بَ : حـَ = ...

(أ) ٦ : ٥ : ٨ (ب) ٨ : ٥ : ٦ (جـ) ٧ : ٢ : ٤ (د) ٣ : ٥ : ٤

(٣) $\lim\limits_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ - ٥ س + ٦}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) [illegible]

(٤) الدالة د : د (س) = − س^٢ تناقصية عندما س ∈ ....

(أ) ح (ب) ح$^+$ (جـ) ح$^-$ (د) ح*

(٥) فى Δ أ ب حـ إذا كان بَ = ٥ سم ، ق (∠ب) = ٣٠° فإن محيط الدائرة الخارجة للمثلث = ... سم.

(أ) ٥٠ $\sqrt{٣}$ π (ب) ٥ π (جـ) ١٠ $\sqrt{٣}$ π (د) ١٠ π

(٦) المنحنى د (س) = س^٢ − ٤ هو نفس المنحنى ر (س) = س^٢ بإزاحة مقدارها ٤ وحدات فى اتجاه ....

(أ) $\overleftarrow{\text{و س}}$ (ب) $\overleftarrow{\text{و سَ}}$ (جـ) $\overleftarrow{\text{و صَ}}$ (د) $\overleftarrow{\text{و ص}}$

(٧) إذا كان مجال الدالة د : د (س) = $\frac{١}{س^٢ + ك س + ٩}$ هو ح − {٣}

فإن : ك = ...

(أ) ٦ (ب) −٦ (جـ) ± ٦ (د) −٣٦

(٨) مدى الدالة د : د (س) = $\frac{١}{س}$ + ٢ هو ....

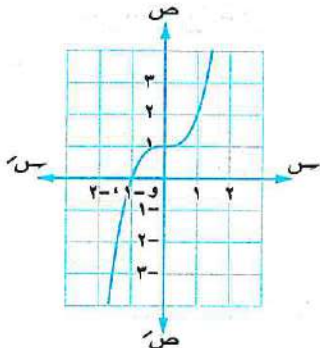
(أ) ح - {-٣}　　(ب) ح - {٢}　　(جـ) ح - {٣}　　(د) ح - {٢ ، ٣}

(٩) نوع الدالة د : د (س) = س جا س يكون ....

(أ) زوجية.　　(ب) فردية.

(جـ) لا زوجية ولا فردية.　　(د) ثابتة.

(١٠) قاعدة الدالة الممثلة فى الشكل المقابل هى ....



(أ) ص = $س^{٣}$ - ١

(ب) ص = $(س + ١)^{٣}$

(جـ) ص = $(س - ١)^{٣}$

(د) ص = $س^{٣}$ + ١

(١١) نهــا (س ← ١) $\left(\frac{٣}{٤}\right)$ = ...

(أ) ٣　　(ب) ٤　　(جـ) $\frac{٣}{٤}$　　(د) ١

(١٢) نهــا (س ← ٠) $\frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س}$ = ...

(أ) صفر　　(ب) $\sqrt{٢}$

(جـ) $\frac{١}{٢}$　　(د) ليس لها وجود.

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) ارسم منحنى الدالة د : ح ← ح حيث د (س) = |س| - ٤ مبينًا المدى والنوع والاطراد. (٤ درجات)

(٢) **أوجد :** نهــا (س ← ١) $\frac{\sqrt{٤س - ٣} - ١}{س - ١}$ (٤ درجات)

اختبــار ٢

الدرجة ٢٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (١٢ درجة)

(١) الدالة د : د (س) = ١ - |س| متزايدة فى .... حيث د : ح ← ح

(أ)]١ ، ∞[　　(ب)]٠ ، ∞[　　(جـ)]-∞ ، ١]　　(د)]-∞ ، ٠]

(٢) إذا كانت : $\lim\limits_{س \to ٤} \frac{س^٢ + ٧ س + أ}{س^٢ - ٦ س + ٨} = \frac{١٥}{٢}$ فإن : أ = ...

(أ) −٤٤　　(ب) ٧　　(جـ) −٨　　(د) ٨

(٣) $\lim\limits_{س \to ٠} \frac{(س + ٥)^٢ - ٢٥}{س} =$ ....

(أ) ٢　　(ب) ٢٥　　(جـ) ٥　　(د) ١٠

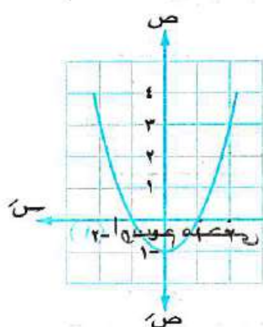
(٤) نقطة التماثل للدالة د : د (س) = $\frac{١}{س - ٢}$ + ١ هى ....

(أ) (−٢ ، ١)　　(ب) (−٢ ، −١)　　(جـ) (٢ ، ١)　　(د) (٢ ، −١)

(٥) مجال الدالة د : د (س) = $\begin{cases} ٣ - س & ، \ -٢ \leq س < ٢ \\ س & ، \ ٢ \leq س \leq ٥ \end{cases}$ هو ....

(أ) [١ ، ٥]　　(ب) [−٢ ، ٥]　　(جـ)]١ ، ٥]　　(د) [−٢ ، ٢]

(٦) منحنى الدالة المقابل يمثل أى من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية ....



(أ) د (س) = $س^٣ - ١$

(ب) د (س) = $س^٢ - ١$

(جـ) د (س) = $س^٣ + ١$

(د) د (س) = $س^٢ + ١$

(٧) Δ أ ب حـ فيه : أ ب = ٤ سم ، جا حـ = $\frac{١}{٣}$ فإن : طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث = ... سم.

(أ) ٦　　(ب) ٨　　(جـ) ٤　　(د) ١٢

(٨) أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ب) = ٥٢° ، ق (∠حـ) = ٤٨° ، محيط المثلث = ٣٠ سم

فإن : أ ≃ .... لأقرب سم.

(أ) ١٥　　(ب) ٢١　　(جـ) ١٢　　(د) ٢٠

(٩) إذا كانت : د دالة فردية مجالها ع ، أ ∈ ع فإن : $\frac{د (أ) + د (-أ)}{٢} =$ ....

(أ) صفر　　(ب) د (أ)　　(جـ) د (−أ)　　(د) د (صفر)

(١٠) أى الدوال المعرفة بالقواعد التالية ليست دالة فردية ؟

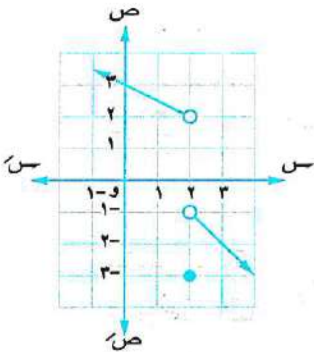
(أ) د (س) = جا س　　　　(ب) د (س) = ظا س

(جـ) د (س) = $س^٣$　　　　(د) د (س) = $\frac{١}{س}$

(١١) $\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـا}} \frac{١}{|س|}$ = ...

(أ) ١　　　　(ب) −١　　　　(جـ) $\frac{١}{٢}$　　　　(د) $-\frac{١}{٢}$

(١٢) فى الشكل المقابل :



$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ د (س) = ...

(أ) −٣

(ب) ٢

(جـ) −١

(د) غير موجودة.

---

٢ أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) ارسم منحنى الدالة د : ح ← ح حيث د (س) = $(س - ٢)^٢ - ١$ ومن الرسم أوجد المدى والاطراد وبين نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك. (٤ درجات)

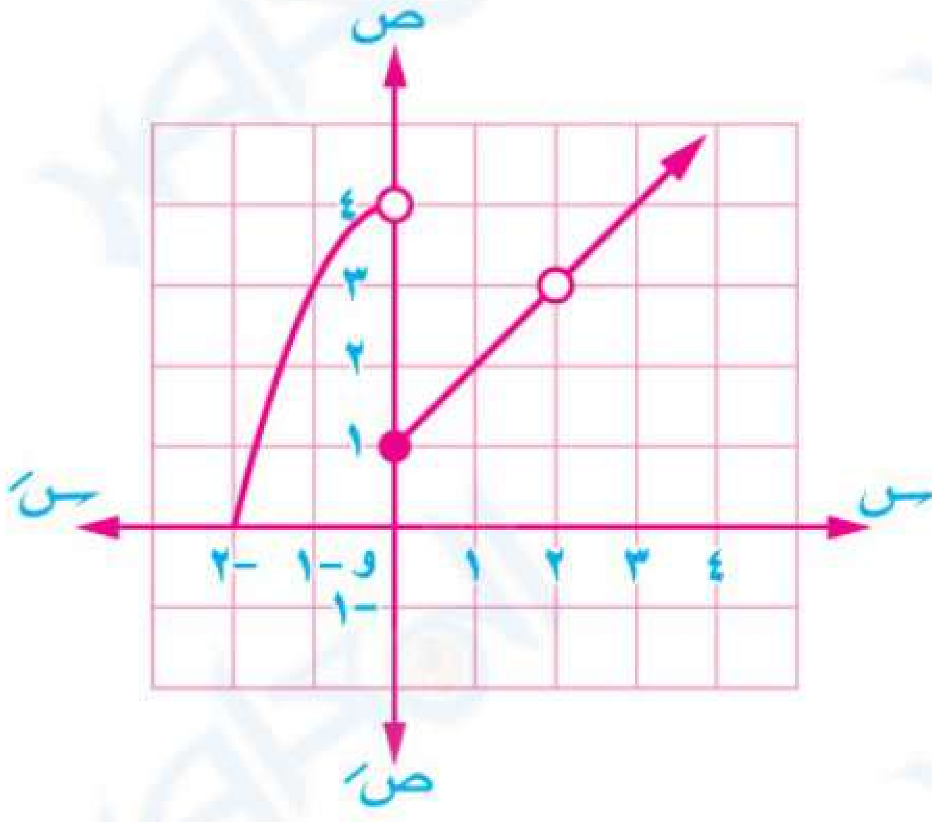
(٢) أوجد : $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـا}} \frac{س + ١}{\sqrt{س + ٥} - ٢}$ (٤ درجات)

اختبـــار 1



١ اخترالإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (١٢ درجة)

١ من الشكل المقابل :



نهـــا د (س) = ... (س ← ٠)

(أ) ٢

(ب) ٤

(جـ) ١

(د) غير موجودة.

٢ أ ب جـ مثلث فيه $\frac{\text{جا أ}}{٣} = \frac{\text{٢ جا ب}}{٥} = \frac{\text{جا جـ}}{٤}$ فإن أَ : بَ : جَـ = ...

(أ) ٦ : ٥ : ٨ (ب) ٨ : ٥ : ٦ (جـ) ٧ : ٢ : ٤ (د) ٣ : ٥ : ٤

٣ نهـــا (س ← ٣) $\frac{\text{س}^٢ - ٩}{\text{س}^٢ - ٥\text{س} + ٦}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٤

٤ الدالة د : د (س) = − $\text{س}^٢$ تناقصية عندما س ∈ ....

(أ) ح (ب) $ح^+$ (جـ) $ح^-$ (د) ح*

٥ فى Δ أ ب جـ إذا كان بَ = ٥ سم ، ق (∠ب) = ٣٠° فإن محيط الدائرة الخارجة للمثلث = ... سم

(أ) ٥٠ $\sqrt{٣}$ π (ب) ٥ π (جـ) ١٠ $\sqrt{٣}$ π (د) ١٠ π

٦ المنحنى د (س) = $\text{س}^٢$ − ٤ هو نفس المنحنى ر (س) = $\text{س}^٢$ بإزاحة مقدارها ٤ وحدات فى اتجاه ....

(أ) $\overleftarrow{\text{و س}}$ (ب) $\overleftarrow{\text{و سَ}}$ (جـ) $\overleftarrow{\text{و صَ}}$ (د) $\overleftarrow{\text{و ص}}$

٧ إذا كان مجال الدالة د : د (س) = $\frac{١}{\text{س}^٢ + \text{ك س} + ٩}$ هو ح − {٣} فإن : ك = ...

(أ) ٦ (ب) −٦ (جـ) ± ٦ (د) −٣٦

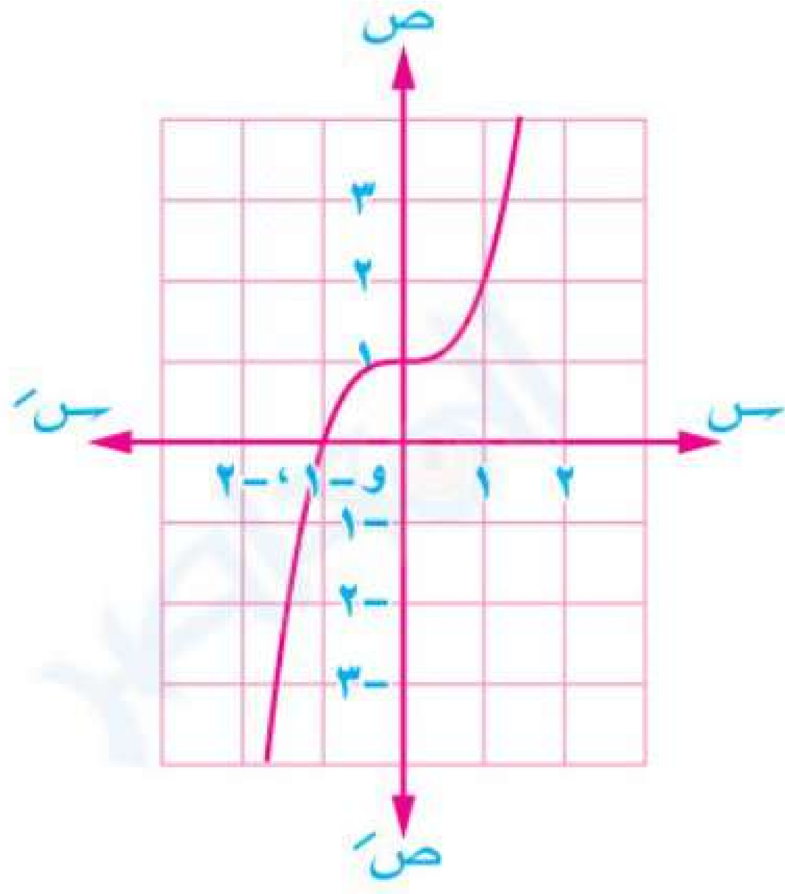
٨ مدى الدالة د : د (س) = $\frac{١}{\text{س}}$ + ٢ هو ....

(أ) ح − {−٣} (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {٣} (د) ح − {٢ ، ٣}

٩ نوع الدالة د : د (س) = س جا س يكون ....

(أ) زوجية. (ب) فردية.

(جـ) لا زوجية ولا فردية. (د) ثابتة.



١٠ قاعدة الدالة الممثلة فى الشكل المقابل هى ....

(أ) ص = $س^٣$ − ١

(ب) ص = $(س + ١)^٣$

(جـ) ص = $(س − ١)^٣$

(د) ص = $س^٣$ + ١

١١ $\underset{س \leftarrow ١}{نهـــا} \left(\frac{٣}{٤}\right)$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

١٢ $\underset{س \leftarrow ٠}{نهـــا} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س}$ = ...

(أ) صفر (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ليس لها وجود.

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

١ ارسم منحنى الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = |س| − ٤ مبينًا المدى والنوع والاطراد. **(درجتان)**

٢ عين مجال الدالة الحقيقية د : د (س) = $\frac{١}{\sqrt{٣ - س}}$ **(درجتان)**

٣ **أوجد :** $\underset{س \leftarrow ١}{نهـــا} \frac{\sqrt{٤س - ٣} - ١}{س - ١}$ **(درجتان)**

٤ أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ب) = ٣٥° ، ق (∠حـ) = ٧٠° ، وطول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه = ١٦ سم احسب مساحة ومحيط هذا المثلث لأقرب عدد صحيح. **(درجتان)**



اختبـــار 2

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (١٢ درجة)

١ الدالة د : د (س) = ١ − |س| متزايدة فى .... حيث د : ح ⟵ ح

(أ)]١ ، ∞[(ب)]٠ ، ∞[(ج)]−∞ ، ١[(د)]−∞ ، ٠[

٢ إذا كانت : $\underset{س \to ٤}{\text{نهـا}} \frac{س^{٢} + ٧ س + أ}{س^{٢} - ٦ س + ٨} = \frac{١٥}{٢}$ فإن : أ = ...

(أ) −٤٤ (ب) ٧ (ج) −٨ (د) ٨

٣ $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{(س + ٥)^{٢} - ٢٥}{س}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٢٥ (ج) ٥ (د) ١٠

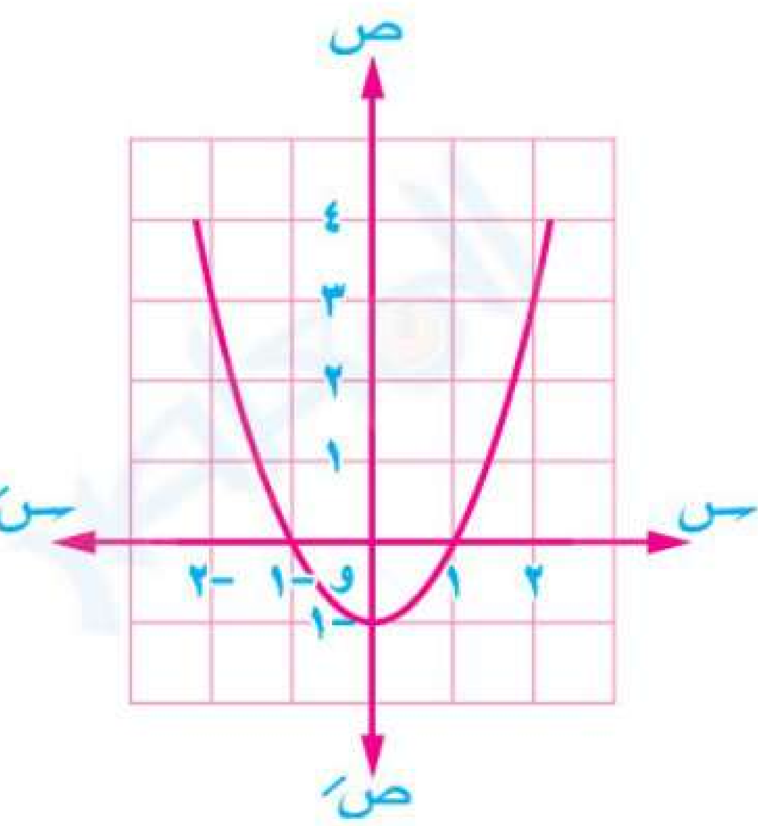
٤ نقطة التماثل للدالة د : د (س) = $\frac{١}{س - ٢}$ + ١ هى ....

(أ) (−٢ ، ١) (ب) (−٢ ، −١) (ج) (٢ ، ١) (د) (٢ ، −١)

٥ مجال الدالة د : د (س) = $\begin{cases} ٣ - س &، -٢ \le س < ٢ \\ س &، ٢ \le س \le ٥ \end{cases}$ هو ....

(أ) [١ ، ٥] (ب) [−٢ ، ٥] (ج)]١ ، ٥] (د) [−٢ ، ٢]

٦ منحنى الدالة المقابل يمثل أى من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية ....



(أ) د (س) = س^{٣} − ١

(ب) د (س) = س^{٢} − ١

(ج) د (س) = س^{٣} + ١

(د) د (س) = س^{٢} + ١

٧ Δ أ ب ج فيه : أ ب = ٤ سم ، جا ج = $\frac{١}{٢}$ فإن : طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ٤ (د) ١٢

٨ أ ب ج مثلث فيه ق (∠ب) = ٥٢° ، ق (∠ج) = ٤٨° ، محيط المثلث = ٣٠ سم

فإن : أ َ ≃ .... لأقرب سم.

(أ) ١٥ (ب) ٢١ (ج) ١٢ (د) ٢٠

٩ إذا كانت : د دالة فردية مجالها ح ، أ ∈ ح فإن : $\frac{د (أ) + د (-أ)}{٢}$ = ...

(أ) صفر (ب) د (أ) (ج) د (−أ) (د) د (صفر)

١٠ أى الدوال المعرفة بالقواعد التالية ليست دالة فردية ؟

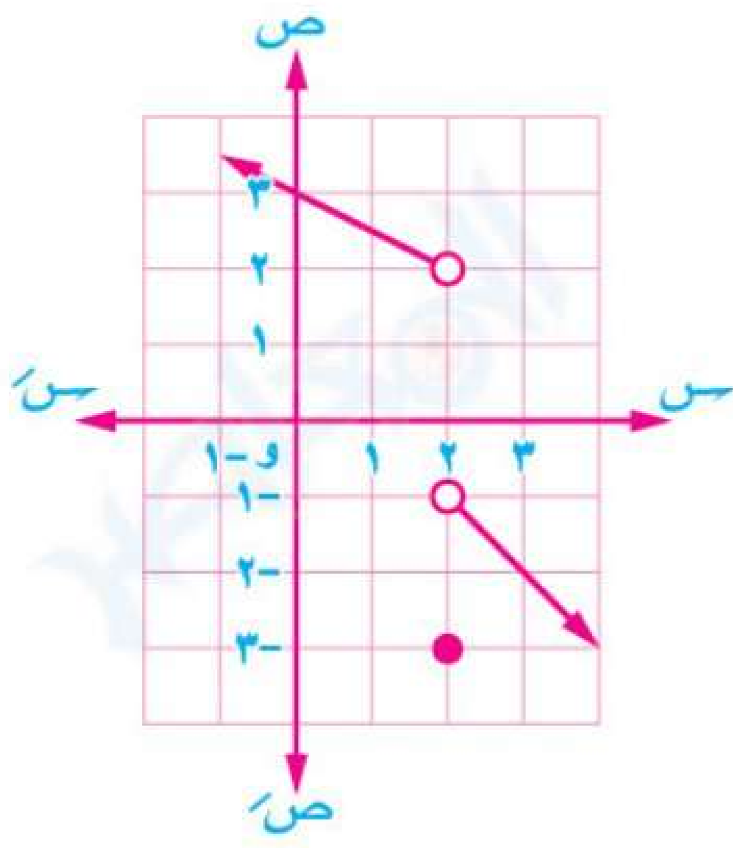
(أ) د (س) = جا س (ب) د (س) = قا س

(جـ) د (س) = $س^٣$ (د) د (س) = $\frac{١}{س}$

١١ $\underset{س \leftarrow -٢}{نهــا} \frac{١}{|س|}$ = ...

(أ) ١ (ب) –١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $-\frac{١}{٢}$

١٢ فى الشكل المقابل :



$\underset{س \leftarrow ٢}{نهــا}$ د (س) = ...

(أ) –٣

(ب) ٢

(جـ) –١

(د) غير موجودة.

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

١ ارسم منحنى الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = $(س - ٢)^٣ - ١$ ومن الرسم أوجد المدى والاطراد وبين نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك. **(درجتان)**

٢ إذا كانت : $د_١$ ، $د_٢$ دالتين حقيقيتين ، $د_١$ (س) = $س^٥$ ، $د_٢$ (س) = جا س

فابحث نوع الدالة ($د_١$ + $د_٢$) من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك. **(درجتان)**

٣ أوجد : $\underset{س \leftarrow -١}{نهــا} \frac{س + ١}{\sqrt{س + ٥} - ٢}$ **(درجتان)**

٤ أ ب حـ مثلث فيه : ب حـ = ١٠ سم ، ق(∠ أ) = ٤٠° ، ق(∠ حـ) = ٨٠°

أوجد طول أكبر ضلع فى المثلث. **(درجتان)**

إجابة اختبـــار 1

١

١ (د)	٢ (أ)	٣ (جـ)	٤ (ب)	٥ (د)	٦ (جـ)
٧ (ب)	٨ (ب)	٩ (أ)	١٠ (د)	١١ (جـ)	١٢ (جـ)

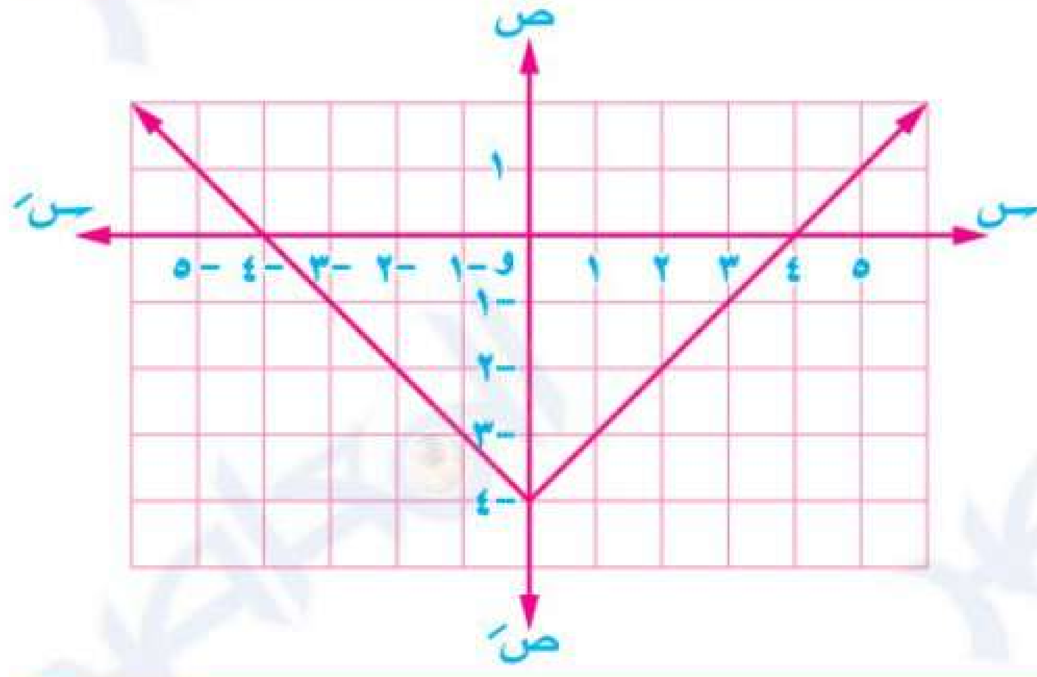
---

٢ ١ * المدى = [−٤ ، ∞[

* الدالة زوجية

* متناقصة فى]− ∞ ، ٠[

ومتزايدة فى]٠ ، ∞[



---

٢ بوضع ٣ − س > ٠ ∴ س < ٣

∴ س ∈]− ∞ ، ٣[∴ مجال د =]− ∞ ، ٣[

---

٣ $\text{نهــا}_{\text{س} \to ١} \dfrac{\sqrt{٤\text{س} - ٣} - ١}{\text{س} - ١} \times \dfrac{\sqrt{٤\text{س} - ٣} + ١}{\sqrt{٤\text{س} - ٣} + ١}$

$= \text{نهــا}_{\text{س} \to ١} \dfrac{٤\text{س} - ٣ - ١}{(\text{س} - ١)\left(\sqrt{٤\text{س} - ٣} + ١\right)}$

$= \text{نهــا}_{\text{س} \to ١} \dfrac{٤(\text{س} - ١)}{(\text{س} - ١)\left(\sqrt{٤\text{س} - ٣} + ١\right)}$

$= \text{نهــا}_{\text{س} \to ١} \dfrac{٤}{\sqrt{٤\text{س} - ٣} + ١} = \dfrac{٤}{١ + ١} = ٢$

---

٤ ∵ ق (∠ أ) = ١٨٠° − (٣٥° + ٧٠°) = ٧٥°

∴ $\dfrac{\text{أ}}{\text{حا } ٧٥°} = \dfrac{\text{ب}}{\text{حا } ٣٥°} = \dfrac{\text{حـ}}{\text{حا } ٧٠°} = ٣٢$

∴ أ = ٣٢ حا ٧٥° ≃ ٣٠,٩ سم

، ب = ٣٢ حا ٣٥° ≃ ١٨,٤ سم

، حـ = ٣٢ حا ٧٠° ≃ ٣٠ سم

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٣٠,٩ × ١٨,٤ × حا ٧٠° ≃ ٢٦٧ سم^{٢}

، محيط المثلث = ٣٠,٩ + ١٨,٤ + ٣٠ ≃ ٧٩ سم

إجابة اختبـــار 2

1

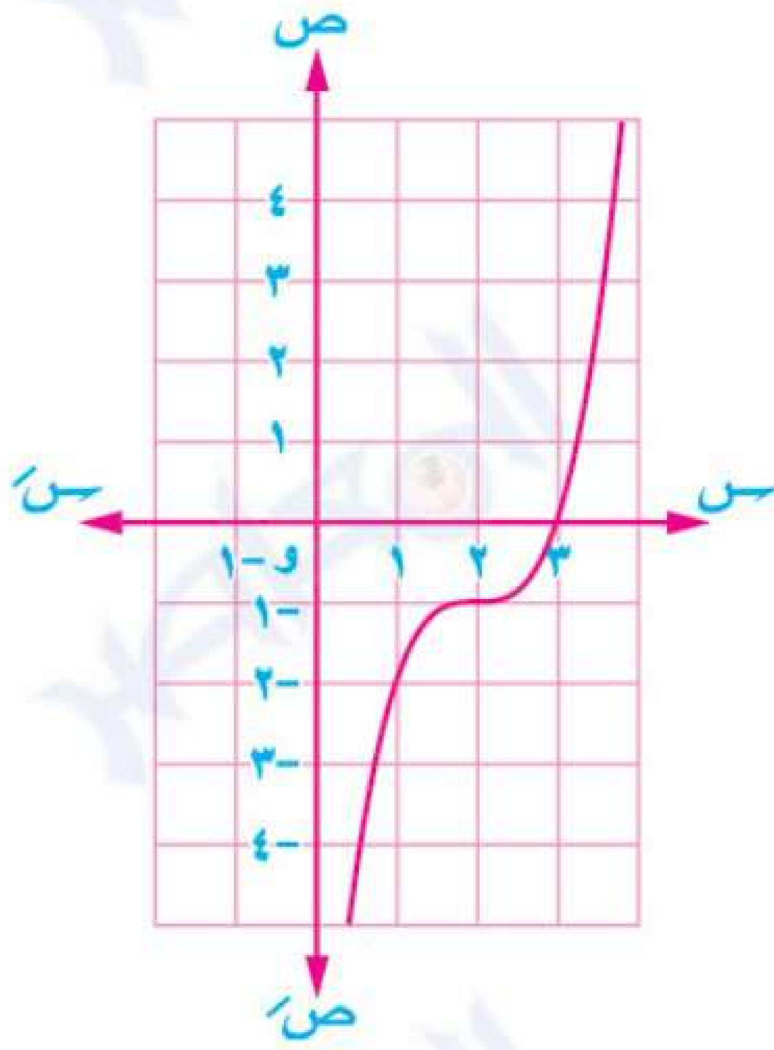
١ (د)	٢ (أ)	٣ (د)	٤ (جـ)	٥ (ب)	٦ (ب)
٧ (أ)	٨ (جـ)	٩ (أ)	١٠ (ب)	١١ (جـ)	١٢ (د)

2

١ * المدى = ح

* تزايدية على ح

* الدالة ليست زوجية ولا فردية.



٢ ∵ $د_١(-س) = (-س)^٥ = -س^٥ = -د_١(س)$

∴ $د_١$ دالة فردية

، ∵ $د_٢(-س) = جا(-س) = -جا س = -د_٢(س)$

∴ $د_٢$ دالة فردية ∴ $د_١ + د_٢$ دالة فردية

٣ $نهـا_{س \leftarrow -١} \frac{س + ١}{\sqrt{س + ٥} - ٢} = نهـا_{س \leftarrow -١} \frac{س + ١}{\sqrt{س + ٥} - ٢} \times \frac{\sqrt{س + ٥} + ٢}{\sqrt{س + ٥} + ٢}$

$= نهـا_{س \leftarrow -١} \frac{(س + ١)(\sqrt{س + ٥} + ٢)}{س + ٥ - ٤}$

$= نهـا_{س \leftarrow -١} (\sqrt{س + ٥} + ٢) = ٤$

٤ ∵ $ق(\angle ب) = ١٨٠° - (٤٠° + ٨٠°) = ٦٠°$

∴ $\angle$ حـ أكبر الزوايا قياسًا

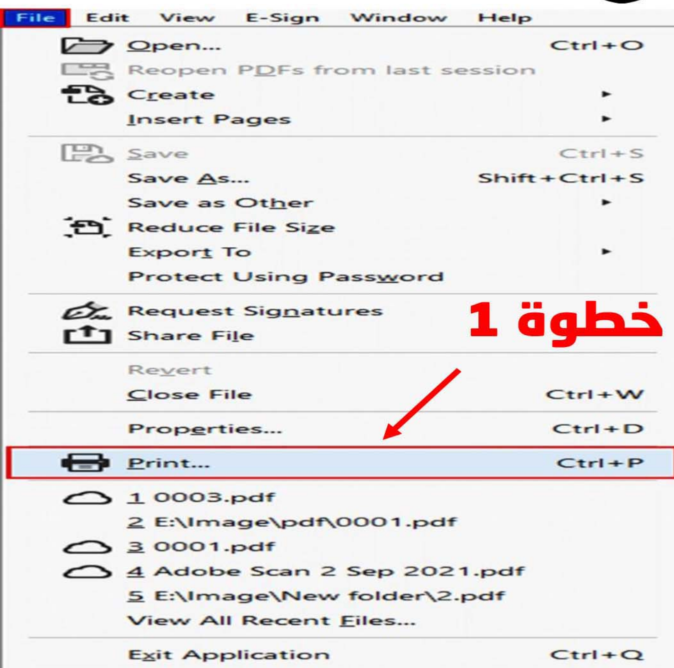
∴ حـَ طول أكبر الأضلاع

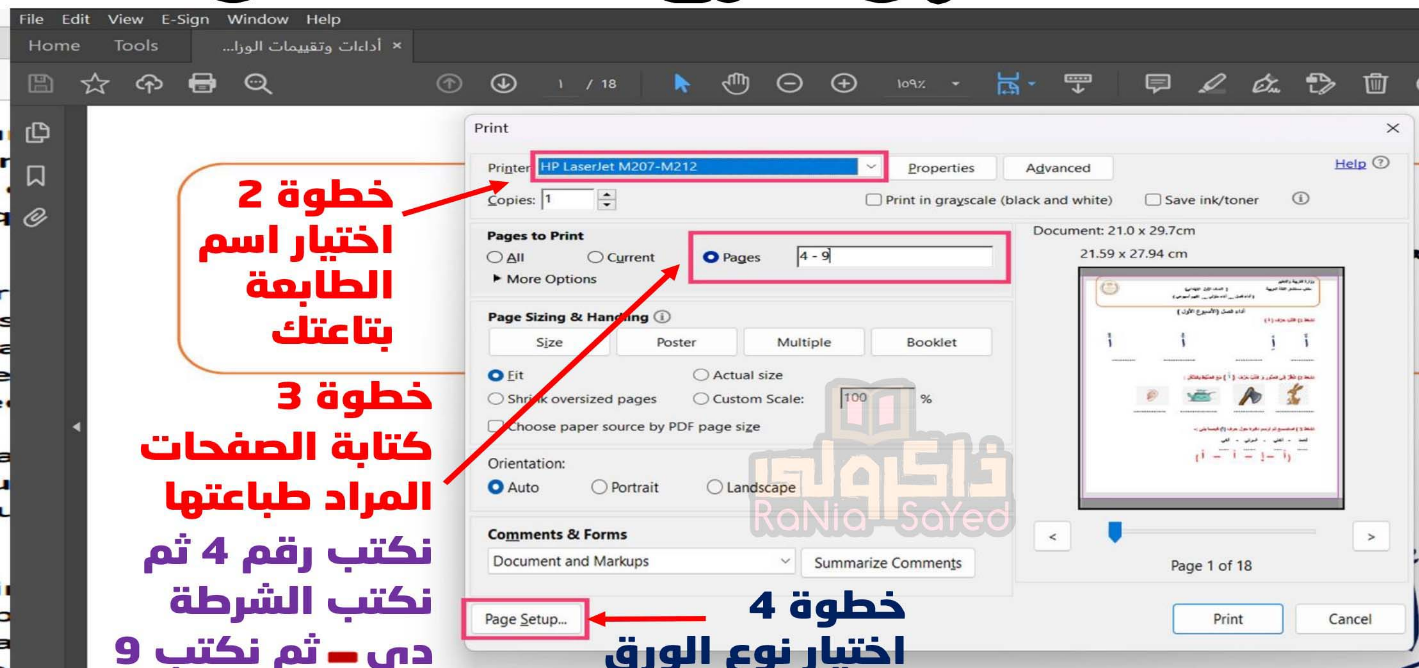
∴ $\frac{حـَ}{جا ٨٠°} = \frac{١٠}{جا ٦٠°}$

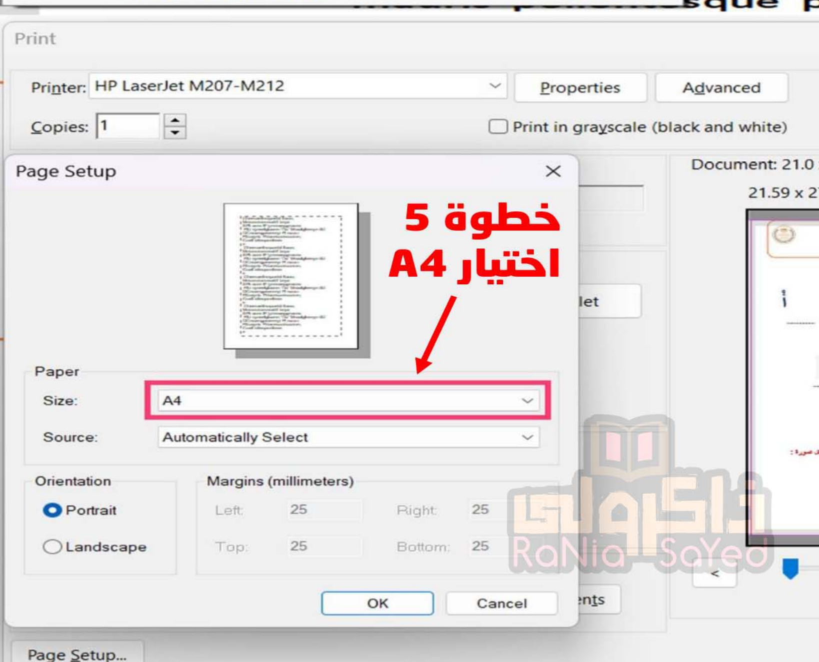
∴ $حـَ = \frac{١٠ جا ٨٠°}{جا ٦٠°} \simeq ١١$ سم

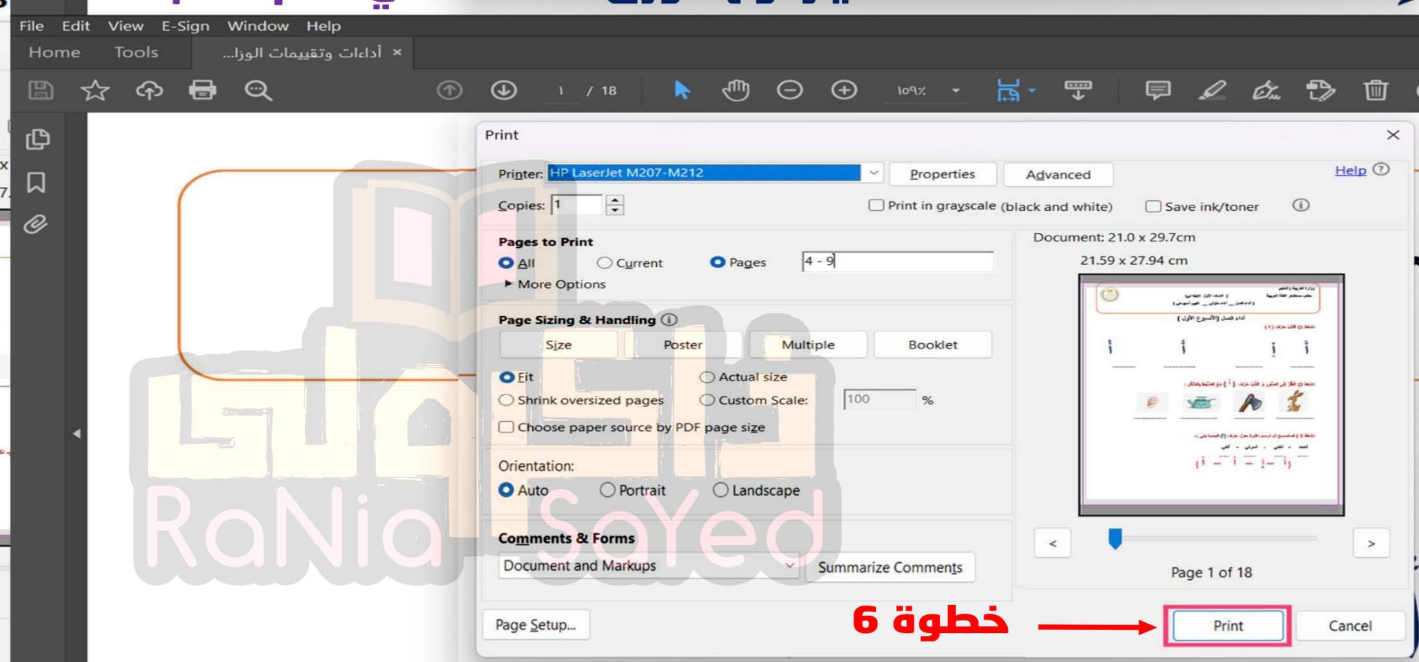
كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9









المراجعة رقم (2)

اختبار شهر اكتوبر





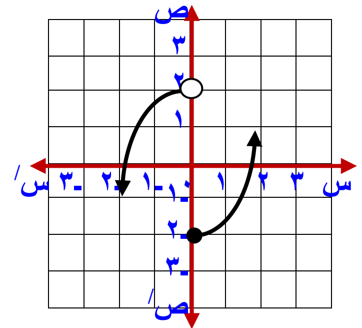
مجـــــال الدالــــــــة

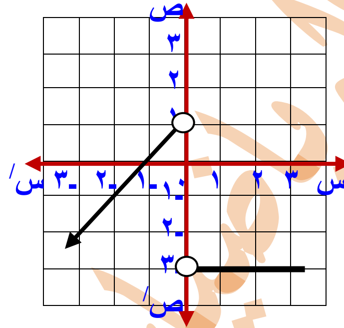
* إذا كانت سـ ، صـ مجموعتين جزئيتين غير خاليتين من المجموعة ح فإن العلاقة من س إلى ص تسمى دالة إذا ارتبط كل عنصر من س بعنصر واحد فقط من ص ، تسمى س مجال الدالة ، ص المجال المقابل لها

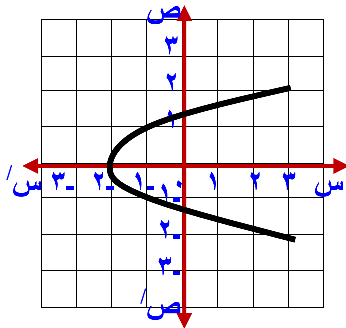
* مدى الدالة هو مجموعة صور عناصر المجال ، وهو مجموعة جزئية من المجال المقابل.

* العلاقة لا تمثل دالة إذا وجد مستقيم واحد على الأقل يوازى محور الصادات ويقطع الشكل البيانى للدالة فى أكثر من نقطة

مثــ١ــال :أى من الأشكال يمثل دالة وأى لا يمثل دالة

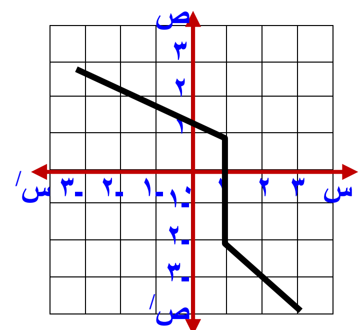


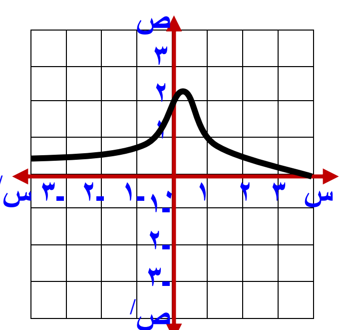


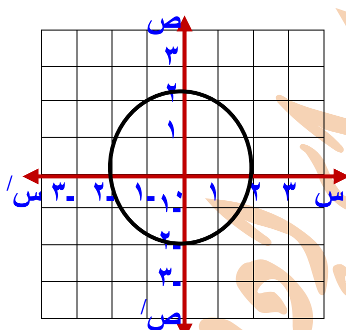


يمثل دالة لأن كل عنصر فى المجال له صورة واحدة على الأكثر	يمثل دالة لأن كل عنصر فى المجال له صورة واحدة على الأكثر	لا يمثل دالة لأن كل قيمة حقيقية للمتغير سـ يناظرها قيمتان مختلفتان صـ

مثــ٢ــال بين أياً من الأشكال البيانية يمثل دالة أيها لا







لا يمثل دالة لأنه يوجد خط رأسى عند النقطة ١ ∋ المجال يقطع المنحنى فى أكثر من نقطة	يمثل دالة لأن كل خط رأسى يقطع المنحنى فى نقطة واحدة على الأكثر	لا يمثل دالة لأن يوجد خط مستقيم // محور الصادات يقطع الشكل البيانى فى أكثر من نقطة

تحديد مجال الدالة الحقيقية

[١] مجال الدالة كثيرة الحدود: هو ح مالم تكن معرفة على مجموعة جزئية منها

[٢] مجال الدالة الكسرية : هو ح ـ مجموعة أصفار المقام

[٣] مجال الدالة الجذرية : إذا كانت : د (س) = $\sqrt[ن]{هـ(س)}$ حيث ن ∈ ص$^+$

!) عندما: (ن) عدد فردى فإن مجال الدالة = ح

!!) عندما (ن) عدد زوجى فإن مجال الدالة هو مجموعة قيم س بشرط هـ (س) ≥ ٠

مثـ١ـال: عين مجال الدالة : د(س) = س^٣ ــ ٥ س + ٤

الدالة كثيرة الحدود ∴ مجال الدالة هو ح

مثـ٢ـال: عين مجال الدالة : د(س) = $\frac{س - ٣}{س^٢ - ٩}$

الدالة الكسرية الجبرية : مجالها = ح – { أصفار المقام }

بوضع المقام = ٠ ⟸ س^٢ ــ ٩ = (س ــ٣)(س +٣) = ٠ ⟸ س = ٣ أ، ــ٣

∴ مجال الدالة = ح – {–٣ ، ٣}

مثـ٣ـال: عين مجال الدالة : د(س) = ٥ + $\sqrt{س - ٣}$

الدالة على صورة دالة جذرية : د(س) = $\sqrt{ر(س)}$

مجالها جميع الأعداد الحقيقية التى تجعل ر(س) ≥ صفر (ما تحت الجذر ≥ صفر)

مجال الدالة = { س : س ∈ ح ، س ــ ٣ ≥ ٠}

= { س : س ∈ ح ، س ≥ ٣ } = [٣ ، ∞ [

مثـ٤ـال: عين مجال الدالة : د(س) = $\frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٥س +٦}$

الدالة الكسرية الجبرية : مجالها = ح – { أصفار المقام }

بوضع المقام = ٠ ⟸ س^٢ ــ ٥س +٦ = (س ــ٢)(س ــ٣) = ٠

⟸ س = ٢ أ، ٣ ∴ مجال الدالة = ح – {٢ ، ٣}

مثــ٥ــال: عين مجال الدالة : د(س) = $\sqrt[3]{س + ٨}$

الدالة على صورة دالة جذرية : د(س) = $\sqrt[3]{ر(س)}$

مجالها جميع الأعداد الحقيقية   مجال الدالة هو ح

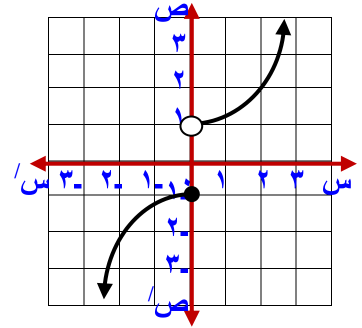
مثــ٦ــال: عين مجال الدالة : د(س) = $\frac{٢س}{س^{٢} + ٤}$

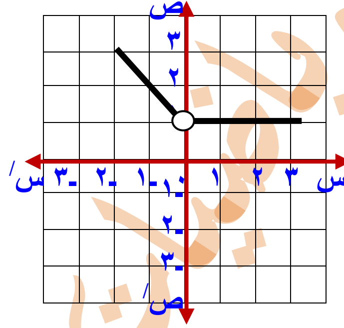
الدالة الكسرية الجبرية : مجالها = ح − { أصفار المقام }

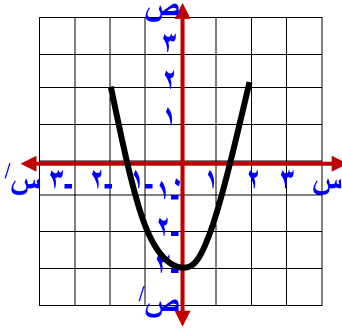
بوضع المقام = ٠ ⇐ س^{٢} + ٤ ⇐ س^{٢} = −٤ ⇐ ليس لها حل فى ح

∴ مجال الدالة هو ح

مثـــــ٧ـــــال :عين مجال ومدى كل من الدوال الممثلة







المجال = ح المدى = ح −]١ ، −١[	المجال = ح − {٠} المدى = [١ ، ٣]	المجال = [−٢ ، ٢] المدى = [−٣ ، ٢]

العمليات على الدوال

إذا كانت : د$_{١}$ ، د$_{٢}$ دالتين مجالهما م$_{١}$ ، م$_{٢}$ على الترتيب فإن:

- (د$_{١}$ ± د$_{٢}$) (س) = د$_{١}$ (س) ± د$_{٢}$ (س) ⇐ حيث مجال (د$_{١}$ ± د$_{٢}$) هو م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$
- (د$_{١}$ × د$_{٢}$) (س) = د$_{١}$ (س) × د$_{٢}$ (س) ⇐ حيث مجال (د$_{١}$ ± د$_{٢}$) هو م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$
- ($\frac{د_{١}}{د_{٢}}$) (س) = $\frac{د_{١} (س)}{د_{٢} (س)}$

حيث مجال ($\frac{د_{١}}{د_{٢}}$) هو م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ − مجموعة أصفار د$_{٢}$

مثـــ٨ـــال : عين مجال د(س) = $\sqrt{س - ٣} + \sqrt{٥ - س}$

الحـــــــــــل

مجال الدالة = $\sqrt{س - ٣}$ $م_١$ = { س : س ∈ ح ، س − ٣ ≥ ٠ } = [٣ ، ا [

مجال الدالة = $\sqrt{٥ - س}$ $م_١$ = { س : س ∈ ح ، ٥ − س ≥ ٠ } =] −ا ، ٥]

مجال الدالة = $م_١ \cap م_٢$ = { س : س ∈ ح ، س ≥ ٣ ، س ≤ ٥ } = [٣ ، ٥]

مثـــ٩ـــال : عين مجال د(س) = $\frac{\sqrt{س - ٢}}{س - ٣}$

الحـــــــــــل

مجال البسط $م_١$ = { س : س ∈ ح ، س − ٢ ≥ ٠ } = [٢ ، ا [

مجال المقام $م_٢$ = ح − ٣

مجال الدالة = $م_١ \cap م_٢$ − { أصفار المقام }

= { س : س ∈ ح ، س − ٢ ≥ ٠ } − { ٣ } = [٢ ، ∞ [− { ٣ }

مثـــ١٠ـــال : عين مجال د(س) = $\frac{س + ٥}{\sqrt{س + ١}}$

الحـــــــــــل

مجال البسط = $م_١$ = ح ، مجال المقام = $م_٢$ = { س : س ∈ ح ، س +٢ > ٠ }

مجال الدالة = { س : س ∈ ح ، س ≤ −١ } =] −١ ، ∞ [

مثـــ١١ـــال : عين مجال د(س) = $\sqrt{س - ٢} + \frac{١}{\sqrt{٨ - ٢س}}$

الحـــــــــــل

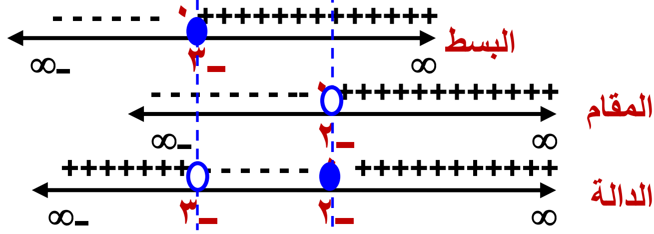
$م_١$ = { س : س ∈ ح ، س − ٢ ≥ ٠ } = [٢ ، ا [

$م_٢$ = { س : س ∈ ح ، ٨ − ٢س > ٠ } =] −ا ، ٤ [

مجال الدالة = $م_١ \cap م_٢$ = [٢ ، ا [∩] −ا ، ٤ [= [٢ ، ٤ [

مثـــ١٢ـــال :عين مجال د(س) = $\sqrt{\frac{س + ٣}{س + ٢}}$

الحـــــــــل



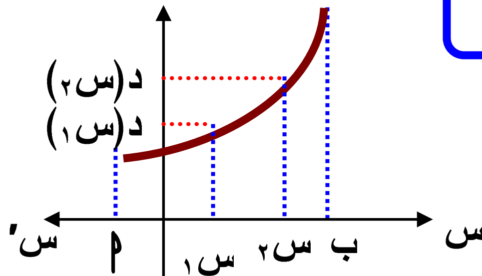
مجال الدالة] ـ٢ ، ١ [∪] ـ١ ، ـ٣[
= ح ـ] ـ٣ ، ـ٢[

اطراد الدوال

(١) يقال للدالة د إنها تزايدية فى الفترة [٩ ، ب]

إذا كان : $س_٢ > س_١ \Leftarrow$ د $(س_٢) >$ د $(س_١)$

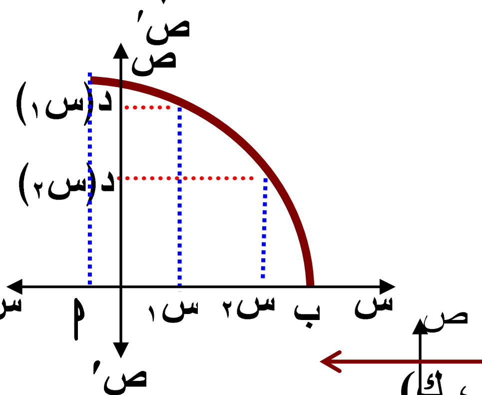
لكل $س_١$ ، $س_٢ \in$ [٩ ، ب]



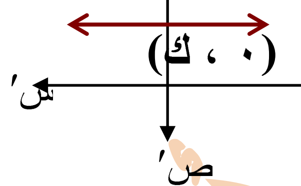
(٢) يقال للدالة د إنها تناقصية فى الفترة [٩ ، ب]

إذا كان : $س_٢ > س_١ \Leftarrow$ د $(س_٢) <$ د $(س_١)$

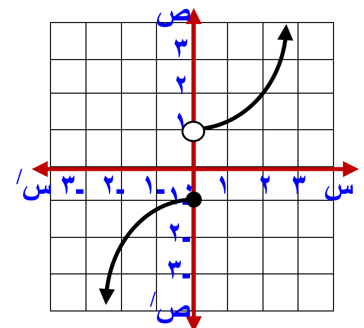
لكل $س_١$ ، $س_٢ \in$ [٩ ، ب]

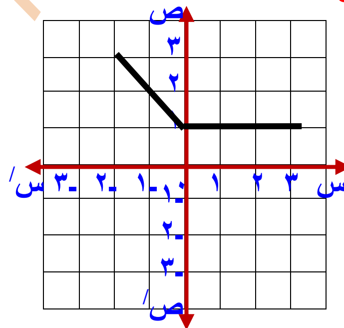


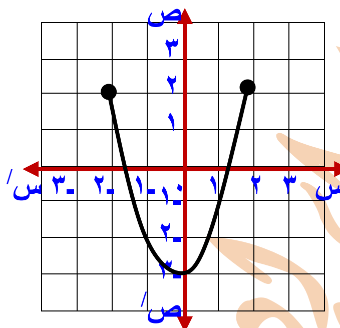
(٣) يقال للدالة د إنها ثابتة فى الفترة [٩ ، ب]
إذا كان : د (س) = ك مقدار ثابت
لكل س ∈ [٩ ، ب]



مثـــ١٣ـــال : من الرسم البيانى اذكر المجال والمدى وابحث اطرادها

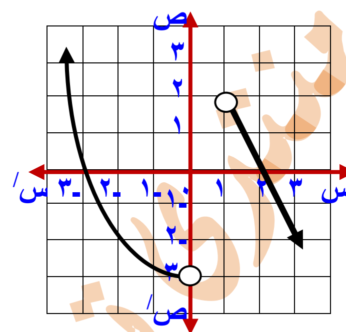


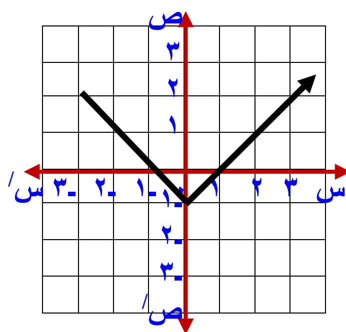


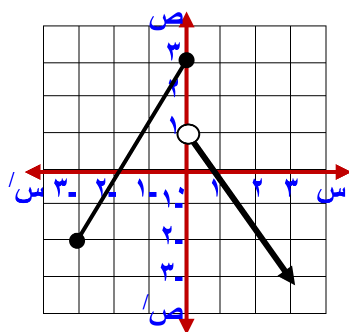


المجال = ح ، المدى = ح ـ [١ ، ـ١] الدالة تزايدية فى] ـ∞ ، ٠[الدالة تزايدية فى] ٠ ، ∞ [	المجال = ح ـ {٠} ، المدى =]١ ، ٣] الدالة تناقصية فى] ـ٢ ، ٠[الدالة ثابتة فى] ٠ ، ٣]	المجال = [ـ٢ ، ٢] المدى = [ـ٣ ، ٢] الدالة تناقصية فى] ـ٢ ، ٠[الدالة تزايدية فى] ٠ ، ٢]

مثـــــــال ١٤ :عين مجال ومدى كل من الدوال الممثلة







المجال = ع المدى = ع - [٠، ١[الدالة تزايدية فى] -∞ ، ٠[الدالة تناقصية فى] ١ ، ∞ [	المجال =] -٣ ، ∞ [المدى = [١ ، ∞ [الدالة تناقصية فى] -∞،٠ [الدالة ثابتة فى] ٠ ، ∞ [	المجال =] -٣ ، ∞ [المدى =] -∞ ، ٣] الدالة تزايدية فى] -٣ ، ٠] الدالة تناقصية فى] ٠ ، ∞ [

الدالة الزوجية والدالة الفردية

(١) إذا كان د(- س) = د(س) تكون الدالة زوجية

ويكون منحناها متماثلاً حول محور الصادات

مثل : د(س) = $س^٢$ ، د(س) = جتا س ، د(س) = م ، د(س) = $س^٤$

(٢) إذا كان د(- س) = - د(س) تكون الدالة فردية

ويكون منحناها متماثلاً حول نقطة الأصل

مثل : د(س) = س ، د(س) = جا س ، د(س) = ظا س ، د(س) = جا س

(٣) معظم الدوال لازوجية ولافردية (٤) جا (- س) = - جا س

(٥) جتا(- س)= جتا س (٦) ظا(- س) = - ظا س

مثـــال ١٥: ابحث نوع الدوال الآتية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك:

ⓐ د(س) = $\frac{جا س}{س}$ ⓑ د(س) = $س^٢$ جا س + س

ⓒ د(س) = س جتا ٥س ظا س + $جا^٢$ س

الحـــــل

(أ) د(ـ س) = $\frac{\text{جا } (-س)}{-س}$ = $\frac{-\text{جا س}}{-س}$ = $\frac{\text{جا س}}{س}$ = د(س) ∴ الدالة زوجية

(ب) د(ـ س) = (ـ س)^٢ جا(ـ س) + (ـ س)

= س^٢ × (ـ جا س) ـ س = ـ س^٢ جا س ـ س

= ـ (س^٢ جا س + س) = ـ د(س) ∴ الدالة فردية

(جـ) د(- س) = (ـ س) جتا(ـ ٥س) ظا(ـ س) + [جا(ـ س)]^٢

= (ـ س) جتا ٥س (ـ ظا س) + [ـ جا س]^٢

= س جتا ٥س ظا س + جا^٢ س = د(س) ∴ الدالة زوجية

مثـــال ١٦: ابحث نوع الدوال الآتية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك:

(أ) د(س) = $\frac{س^٣ \text{ جا ٣س}}{١ + س}$ (ب) د(س) = $\frac{٥}{٥^س}$ + ٥ × (٥)^س

(جـ) د(س) = $\left(\frac{١ + س}{١ - س}\right)^٧$ + $\left(\frac{١ - س}{١ + س}\right)^٧$

الحـــــل

(أ) د(- س) = $\frac{(ـ س)^٣ \text{ جا } (ـ ٣س)}{١ + (ـ س)}$ = $\frac{ـ س^٣ × (ـ \text{ جا ٣س})}{١ ـ س}$

= $\frac{ـ س^٣ × \text{ جا ٣س}}{١ ـ س}$ X د(س) ، د (ـ س) X ـ د(س)

∴ الدالة ليست زوجية ولا فردية

(ب) د(- س)= $\frac{٥}{(٥)^{-س}}$ + ٥ × (٥)$^{-س}$ = ٥ × (٥)^س + $\frac{٥}{٥^س}$ = د(س)

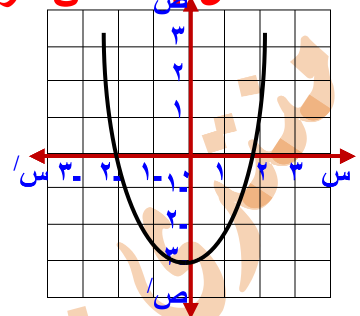
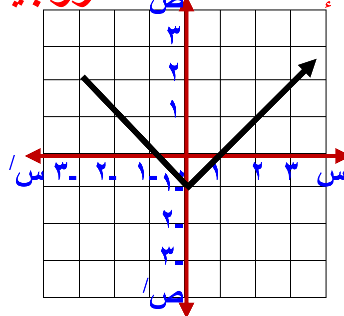
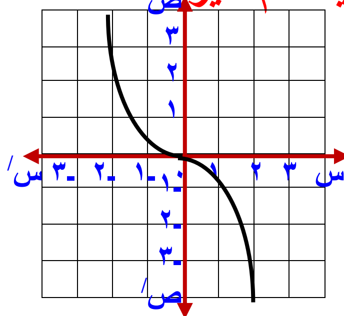
∵ د (س) = د (ـ س) ∴ الدالة زوجية

(جـ) د(- س) = $\left(\frac{١ـ (ـ س)}{١+(ـ س)}\right)^٧$ + $\left(\frac{١+ (ـ س)}{١ـ (ـ س)}\right)^٧$

= $\left(\frac{١ + س}{١ـ س}\right)^٧$ + $\left(\frac{١ ـ س}{١ + س}\right)^٧$ = د(س)

∵ د (س) = د (ـ س) ∴ الدالة زوجية

مثـــال ١٧ : حدد من الرسم ما إذا كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك

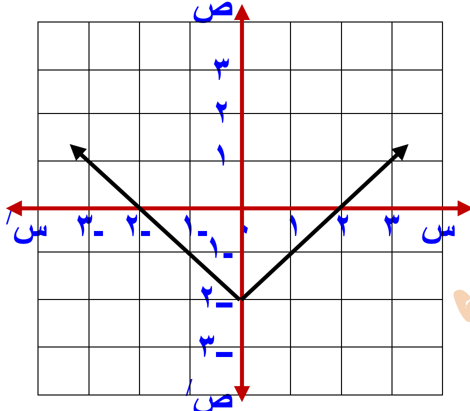




المجال = ع المنحنى متماثل حول محور الصادات ∴ الدالة زوجية	المجال =] -٣ ، ∞] المنحنى ليس متماثل حول محور الصادات ولا حول نقطة الأصل ∴ الدالة ليست زوجية ولا فردية	المجال = ع المنحنى متماثل حول نقطة الأصل ∴ الدالة فردية

مثـــال ١٨ : ارسم الدالة الآتية ومن الرسم اذكر المدى وابحث اطرادها واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك : د(س) = { س ـ ٢ ، س ⩾ ٠ ؛ ـ س ـ ٢ ، س < ٠

الحـــــــل

س ـ ٢ : س ⩾ ٠				ـ س ـ ٢ : س < ٠			
س	٢	١	٠	س	٠	١ـ	٢ـ
د(س)	٠	١ـ	٢ـ	د(س)	٢ـ	١ـ	٠



المجال ح ، المدى = [-٢ ، ∞ [

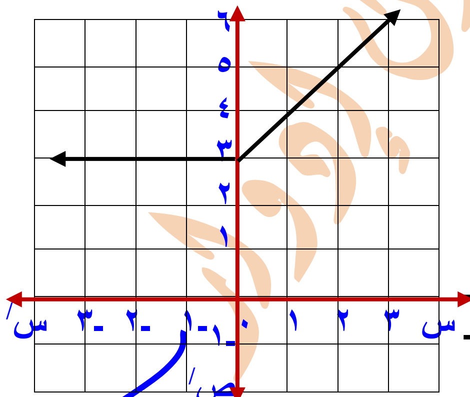
الدالة متناقصة فى] -∞ ، ٠ [، متزايدة فى] ٠ ، ∞ [

وهى دالة زوجية لأن منحناها متماثل حول محور الصادات

مثـــال ١٨ : ارسم الدالة الآتية ومن الرسم اذكر المدى وابحث اطرادها واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك : د(س) = { س + ٣ ، س > ٠ ؛ ٣ ، س ⩽ ٠

الحـــــــل

س+٣ : س > ٠				٣ : س ⩽ ٠			
س	٢	١	٠	س	٠	١ـ	٢ـ
د(س)	٥	٤	٣	د(س)	٣	٣	٣



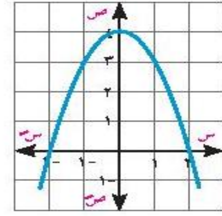
المجال ح ، المدى = [٣ ، ∞ [

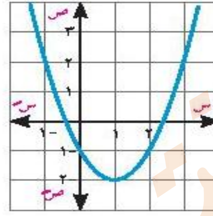
الأطراد: الدالة ثابتة فى] -∞ ، ٠]، متزايدة فى] ٠ ، ∞ [

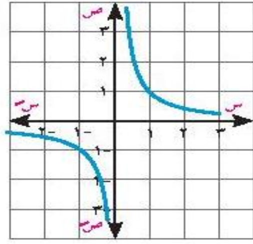
، الدالة ليست زوجية ولافردية

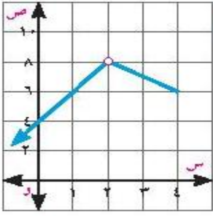
تمـــــــارين

١ استنتج من الشكل البياني مجال الدالة ومداها في كل ممايأتي:

أ 

ب 

جـ 

د 

٢ إذا كانت د : [-٢ ، ٦] ← ح

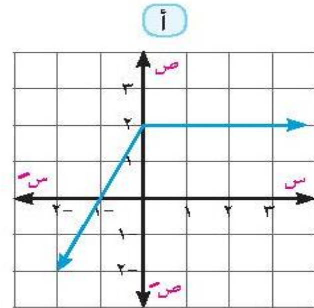
د(س) = { ٤ - س عندما -٢ ⩽ س < ١ ؛ س عندما ١ ⩽ س ⩽ ٦ }

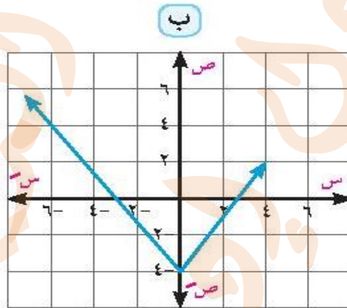
ارسم الشكل البياني للدالة د ، واستنتج من الرسم مدى الدالة وابحث اطرادها.

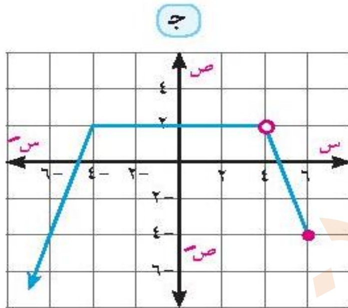
٣ باستخدام أحد البرامج الرسومية ؛ ارسم منحنى الدالة د في كل من مايأتي ، ومن الرسم استنتج مدى الدالة وابحث اطرادها.

أ د(س) = $س^٢$ - ٥ ب د (س) = ٤ - $س^٢$ جـ د(س) = $(س-١)^٢$ + ١

٤ حدد مجال كل من الدوال الممثلة بالأشكال الآتية، ثم اكتب مدى الدالة وابحث اطرادها.

أ 

ب 

جـ 

٥ باستخدام أحد البرامج الرسومية ؛ ارسم منحنى الدالة د في كل من مايأتي ، ومن الرسم استنتج مدى الدالة وابحث اطرادها.

أ د (س) $س^٣$ ب د(س) = $س^٣$ - ٣س جـ د(س) $\frac{-١}{س - ٢}$

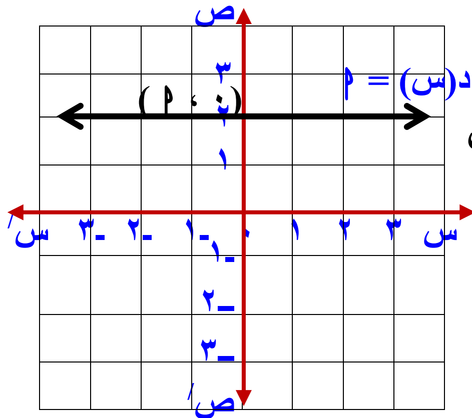
٦ ابحث نوع الدالة د من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك.

أ د(س) = $س^٤$ + $س^٢$ - ١ ب د (س) = ٣ س - ٤ $س^٣$ جـ د (س) = ٥

د د(س) = $س^٢$ - ٣س هـ د (س) = $\frac{س^٣ + ٢}{س - ٣}$ و د(س) = س حتا س

التمثيل البيانى للدوال و التحويلات الهندسية

أولاً : دوال كثيرات الحدود



[١] الدالة الثابتة: الصورة العامة هى: د (س) = م : م ثابت

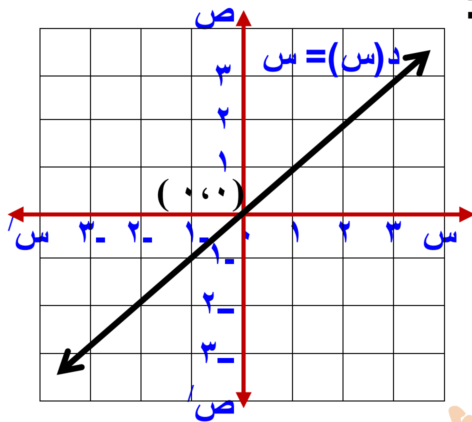
وتمثل بيانياً بمستقيم يوازى محور السينات

ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، م)

كما فى الشكل

* مجاله = ع ، مداها = { م }

الدالة زوجية (متماثلة حول محور الصادات)



[٢] الدالة الخطية: أبسط صورة لدالة الدرجة الأولى هى:

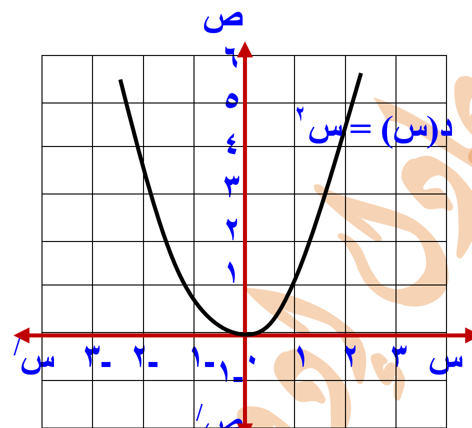
- د : ع ⟵ ع ، د (س) = س وتمثل بيانياً

بخط مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠،٠) ميله = ١

* مجالها = ع ، مداها = ع

* الدالة تزايدية على مجالها ع

* الدالة فردية (متماثلة حول نقطة الأصل)



[٣] الدالة التربيعية : أبسط صورة للدالة التربيعيةهى:

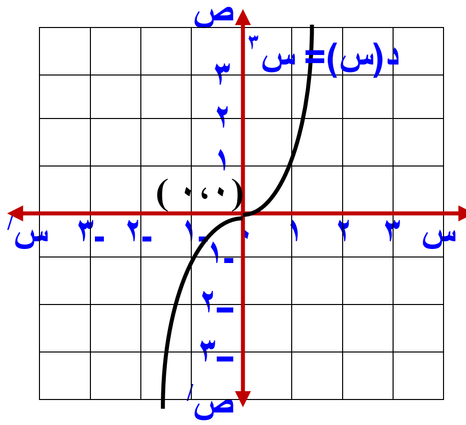
- د : ع ⟵ ع ، د (س) = $س^٢$

وتمثل بيانياً بمنحنى مفتوح لأعلى

* مجالها = ع ، مداها = [٠ ، ∞[

* الدالة تناقصية فى] ـ∞ ، ٠] ، تزايدية فى [٠، ∞[

* الدالة زوجية (متماثلة حول محور الصادات)



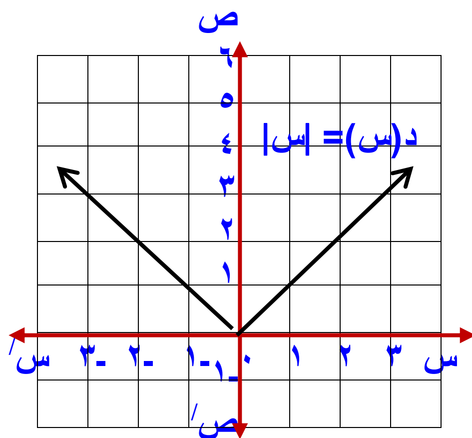
[٤] الدالة التكعيبية : أبسط صورة للدالة التربيعيةهى:

• د : ع ⟵ ع ، د (س) = س^{٣} وتمثل بيانياً بمنحنى متماثل حول نقطة الأصل (٠،٠) الدالة فردية

* مجال الدالة = ع ، مدى الدالة = ع

* ، تزايدية فى على مجالها ع

ثانياً : دالة المقياس



أبسط صورة لدالة المقياس هى:

• د : ع ⟵ ع ، د (س) = | س |

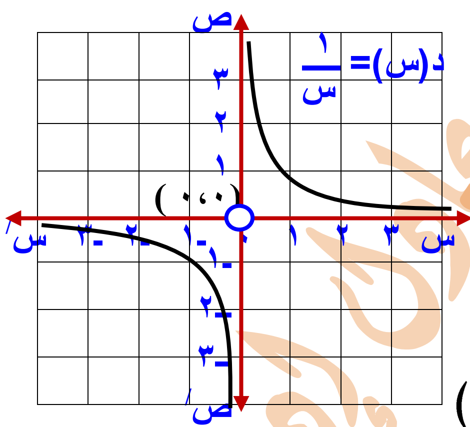
د (س) = { س : س ≥ ٠ ، ـ س : س < ٠

* مجالها = ع ، مداها = [٠ ، ∞[

* الدالة تناقصية فى] ـ∞ ، ٠[، تزايدية فى]٠، ∞[

* الدالة زوجية (متماثلة حول محور الصادات)

ثانياً : الدالة الكسرية



أبسط صورة لدالة المقياس هى:

• د : ع ـ {٠} ⟵ ع ، د (س) = $\frac{١}{س}$

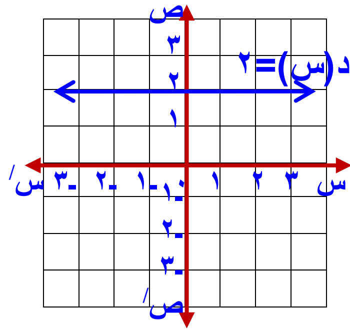
تمثل بمنحنى من جزئين أحداهما فى الربع الأول والآخر فى الربع الثالث دون أن يقطعا المحورين $\overleftrightarrow{\text{س س/}}$, $\overleftrightarrow{\text{ص ص/}}$ ومتماثل حول نقطة الأصل (٠،٠)

* مجالها = ع ـ {٠} ، مداها = ع ـ {٠}

* الدالة تناقصية فى] ـ∞ ، ٠[، تناقصية فى]٠، ∞[

* الدالة فردية (متماثل حول نقطة الأصل)

مثـــ١ــال: ارسم الدالة د(س) = ٢ ومن الرسم اذكر المدى وابحث اطرادها واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

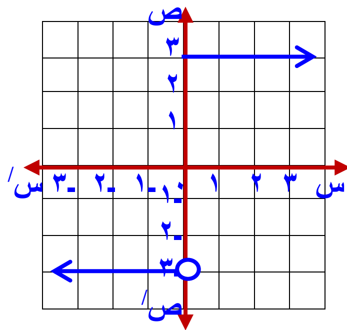


الحـــــــــل

المجال ح ، المدى = { ٢ }

الدالة ثابتة ، الدالة زوجية (متماثلة حول محور الصادات)

مثـــ٢ــال: ارسم الدالة الآتية ومن الرسم اذكر المدى وابحث اطرادها واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك : د(س) = { -٣ : س > ٠ ، ٣ : س ≤ ٠ }



الحـــــــــل

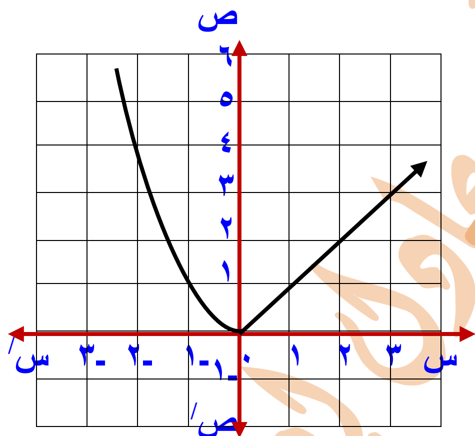
المجال ح ، المدى = {-٣ ، ٣ }

الدالة ثابتة فى]- ∞ ، ٠] ، فى]٠ ، ∞ [

الدالة ليست زوجية ولافردية

مثـــ٣ــال: ارسم الدالة الآتية ومن الرسم اذكر المدى وابحث اطرادها واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك : د(س) = { س : س > ٠ ، $س^2$: س ≤ ٠ }

الحـــــــــل



الدالة معرفة بقاعدتين

$د_1$ (س) = س : س ∈] ٠ ، ∞ [يمثلها دالة خطية

بخط مستقيم يمر بالنقطة(٠،٠) وميله = ١

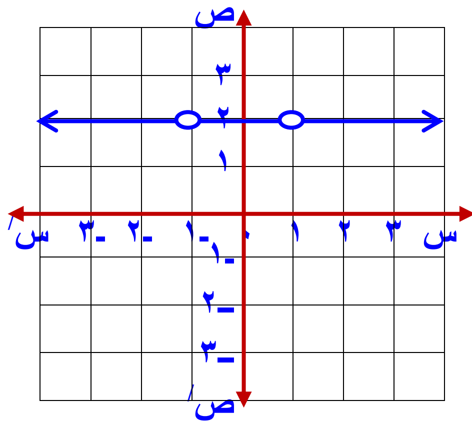
$د_2$ (س) = $س^2$: س ∈] - ∞ ،٠] يمثلها دالة تربيعية

بخط منحنى مفتوح لأعلى

المجال ح ، المدى = [٠ ، ∞ [

الأطراد : الدالة تناقصية فى]- ∞ ، ٠] ، الدالة تزايدية فى]٠ ، ∞ [

الدالة ليست زوجية ولافردية



مثــ٤ــال: ارسم د(س) = $\frac{٢ س^٢ - ٢}{س^٢ - ١}$

حيث س ≠ ± ١ مع ذكر المجال والمدى واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

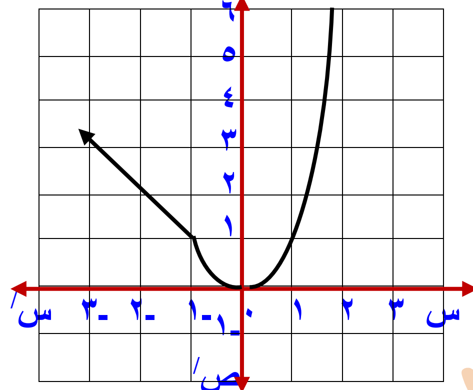
الحــــــــل

د(س) = $\frac{٢ (س^٢ - ١)}{(س^٢ - ١)}$ = $\frac{٢ (س - ١) (س + ١)}{(س - ١) (س +١)}$ = ٢

مجال د = ع - { ـ١ ، ١ }

مدىالدالة = { ٢ } ، الدالة زوجية

مثــ٥ــال:ارسم الدالة الآتية ومن الرسم اذكر المدى وابحث اطرادها واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك : د(س) = { $س^٣$: س >١ ، |س| : س ≤ ١ }



الحــــــــل

الدالة معرفة بقاعدتين

د١ (س) = $س^٣$: س ∈ [١ ، ∞ [يمثلها دالة تكعيبية

د٢ (س) = |س| : س ∈] ـ ∞ ، ١ [

حسب تعريف دالة المقياس د(س) = ـ س

المجال ح ، المدى = [٠ ، ∞ [

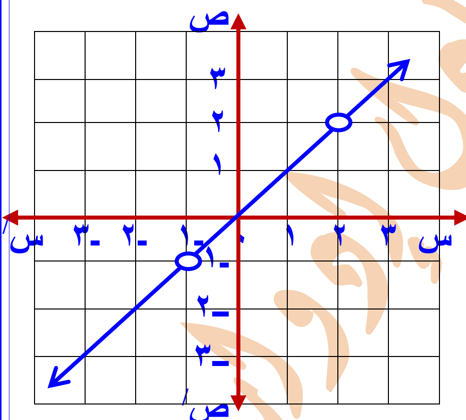
الأطراد : الدالة تناقصية فى]- ∞ ، ـ١] ، تناقصية فى]- ١ ، ٠ [، تزايدية فى] ٠ ، ∞ [

الدالة ليست زوجية ولافردية

مثــ٦ــال: ارسم د(س) = $\frac{س^٣ - س^٢ + ٢س}{س^٢ - س +٢}$

: س ≠ ٢ ، ـ١ مبيناً المجال والمدى وابحث اطرادها

الحــــــــل



د(س) = $\frac{س (س - ٢) (س + ١)}{(س - ٢) (س +١)}$ = س

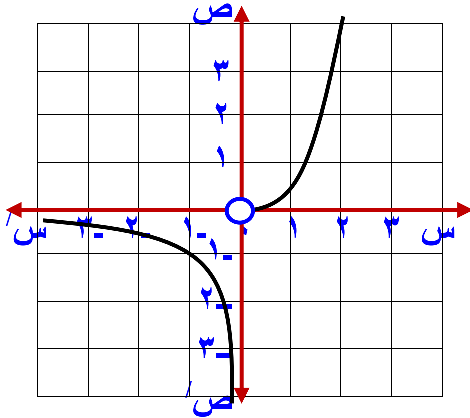
المجال = ع ـ { ٢ ، ـ١} ، المدى = ع - { ٢، ـ١}

د متزايدة على مجالها

الدالة ليست زوجية ولافردية

مثـــ٧ـــال: ارسم الدالة الآتية ومن الرسم اذكر المدى وابحث اطرادها واذكر نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك : د(س) = { $س^٢$: س > ٠ ، $\frac{١}{س}$: س < ٠ }

الحـــــــــل



الدالة معرفة بقاعدتين

د١ (س) = $س^٢$: س ∋] ٠ ، ∞ [يمثلها دالة تربيعية

بخط منحنى مفتوح لأعلى

د٢ (س) = $\frac{١}{س}$: س ∋] - ∞ ، ٠[دالة كسرية

تمثل بمنحنى فى الربع الثالث دون أن يقطع المحورين

المجال ع - {٠} ، المدى = ع - {٠}

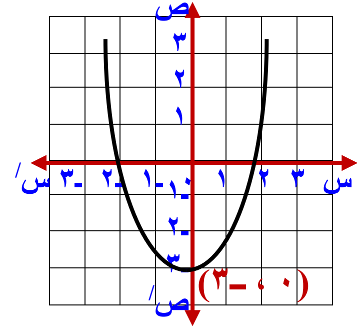
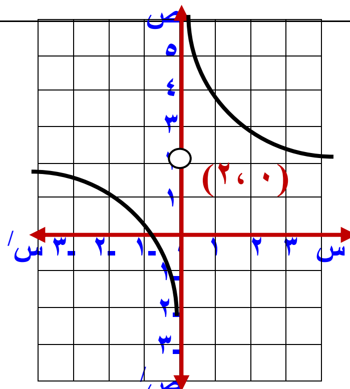
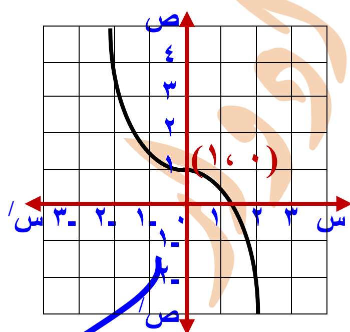
الأطراد : الدالة تناقصية فى]- ∞ ، ٠[، الدالة تزايدية فى]٠ ، ∞ [

الدالة ليست زوجية ولافردية

التحويلات الهندسية لمنحنيات الدوال

أولا : الإزاحة الرأسية لمنحنى الدالة

لأى دالة د يكون المنحنى ص = د(س) + ɐ ، ɐ ∋ ع - {٠} هو نفس المنحنى ص = د(س) بإزاحة رأسية قدرها |ɐ| فى اتجاه : { و ص ← : ɐ > ٠ ، و ص/ ← : ɐ < ٠ }

منحنى ص = $س^٢$ - ٣ هو نفسه منحنى ص = $س^٢$ بإزاحة رأسية قدرها ٣ فى اتجاه و ص/ (السالب)	منحنى ص = ١\س - ٣ هو نفسه منحنى ص = ١\س بإزاحة رأسية قدرها ٢ فى اتجاه و ص (الموجب)	منحنى ص = $س^٣$ +١ هو نفسه منحنى ص = $س^٢$ بإزاحة رأسية قدرها ١ فى اتجاه و ص (الموجب)
		

ثانيا : الإزاحة الأفقية لمنحنى الدالة

لأى دالة د يكون المنحنى ص = د(س+ ب) ، ب ∈ ع ـ {٠} هو نفس المنحنى

ص = د(س) بإزاحة أفقية قدرها |ب| فى اتجاه : و س ← : ب > ٠ ، و س′ → : ب < ٠

منحنى ص = |س+٣| هو نفسه منحنى ص = |س| بإزاحة أفقية قدرها ٣ فى اتجاه و س′ (السالب)	منحنى ص =(س ـ ١)^{٣} هو نفسه منحنى ص = س^{٣} بإزاحة أفقية قدرها ١ فى اتجاه و س (الموجب)	منحنى ص =(س ـ ٢)^{٢} هو نفسه منحنى ص = س^{٢} بإزاحة أفقية قدرها ٢ فى اتجاه و س (الموجب)
(ـ٣ ، ٠)	(١ ، ٠)	(٢ ، ٠)
نقطة تماثل (ـ٣،٠) ، المدى[٠،∞ [الاطراد: تناقصية فى]ـ ∞ ، ٠[تزايدية فى]٠ ، ∞[	نقطة تماثل (١ ، ٠) ، المدى= ع الدالة تناقصية على مجالها	نقطة تماثل (٢ ، ٠) ، المدى[٠،∞ [الاطراد: تناقصية فى]ـ ∞ ، ٢[تزايدية فى]٢ ، ∞[

ثالثا : لأى دالة د يكون المنحنى ص = د(س+ أ) + ب ، أ، ب ∈ ع ـ {٠} هو نفس

المنحنى ص = د(س) بإزاحة رأسية قدرها |أ| فى أتجاه : و س ← عندما أ> ٠ ، و س′ → عندما أ< ٠

ثم إزاحة رأسية مقدارها | ب | فى اتجاه : و ص ↑ عندما ب > ٠ ، و ص′ ↓ عندما ب < ٠

منحنى ص = (س + ١)^{٢} ـ ٢ هو نفسه منحنى ص = س^{٢} بإزاحة رأسية قدرها |٢| و ص′ بإزاحة أفقية قدرها |١| و س′	منحنى ص = $\frac{١}{س ـ ٢}$ ـ ٣ هو نفسه منحنى ص = ١\س بإزاحة رأسية قدرها |٣| و ص′ بإزاحة أفقية قدرها |٢| و س	منحنى ص = |س ـ ١| +٣ هو نفسه منحنى ص = |س| بإزاحة رأسية قدرها |٣| و ص بإزاحة أفقية قدرها |١| و س
(ـ١ ، ـ٢)	(٢ ، ـ٣)	(١،٣)

منتدى توجيه الرياضيات

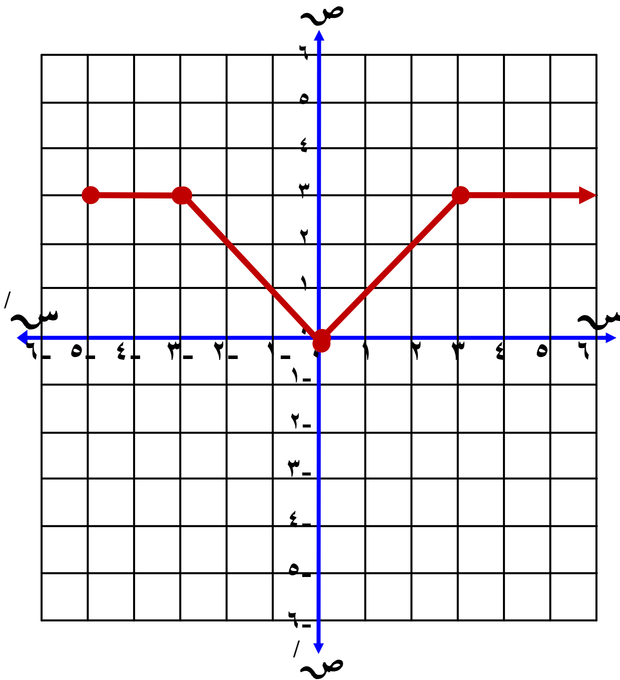
إعداد/ أ/ عادل إدوار

رابعا : لأى دالة د يكون المنحنى ص = ﺃ د(س) حيث ﺃ ∈ $ع^+$

- تمدد رأسى للمنحنى إذا كان ﺃ>١ ، أنكماش رأسى للمنحنى إذا كان ﺃ <١

مثـــ١ـــال: ارسم الشكل البياني للدالة : د(س) = { ٣ ، -٥ ⩽ س < -٣ ؛ |س| ، -٣ ⩽ س ⩽ ٣ ؛ ٣ ، س > ٣ }

مع ذكر المجال والمدى ، ابحث اطرادها وبين أنها دالة زوجية .



الحـــــل

$د_1$: دالة ثابتة د(س) = ٣ فى [ـ٥ ، ـ٣ [

$د_2$: دالة مقياس د(س) = { س : ٠ ⩽ س ⩽ ٣ ؛ ـ س: ـ ٣ ⩽ س < ٠ }

$د_3$: دالة ثابتة د(س) = ٣ فى]٣ ، ∞ [

المجال = [-٥ ، ∞[، المدى = [٠ ، ٣]

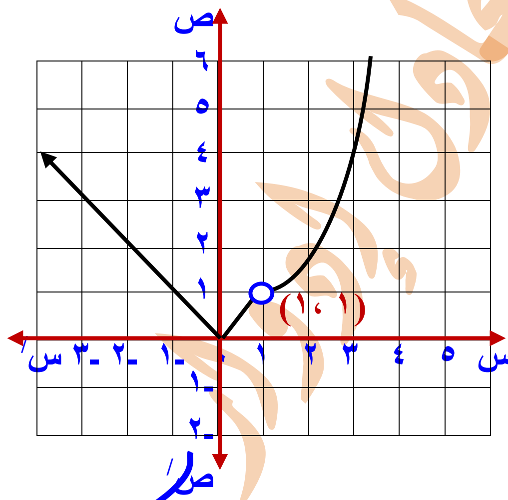
ثابتة فى [-٥ ، ـ٣[، د متناقصة فى]- ٣ ، ٠[

، تزايدية فى [٠ ، ٣] ، ثابتة فى] ٣ ، ∞[

الدالة ليست زوجية وليست فردية

مثـــ٢ـــال: ارسم منحنى الدالة د(س) = { |س - ١| : س <١ ؛ $س^2$ - ١ : س >١ }

اذكر المجال والمدى وبين نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية ، وابحث اطرادها :



الحـــــل

$د_1$: دالة مقياس د = { س - ١ : س ∈] - ∞ ، ٠] ؛ ـ س - ١ : س ∈]٠ ، ١[}

$د_2$: دالة تربيعية بإزاحة مقدارها |١| فى اتجاه $\overleftarrow{وس}$

المجال = ع - {١} ، المدى = [٠ ، ∞ [

الدالة متناقصة فى] - ∞ ، ٠[

تتزايد فى] ٠ ، ١ [، تتزايد فى] ١ ، ∞ [

مثــ٣ــال: ارسم منحنى الدالة د(س) = س^{٢} لتمثيل الدوال ر ، ں ، ه حيث

Ⓐ ر(س) = س^{٢} ـ ١ Ⓑ ں(س) = (س ـ ٣)^{٢} Ⓙ ه(س) = ٢ ـ س^{٢}

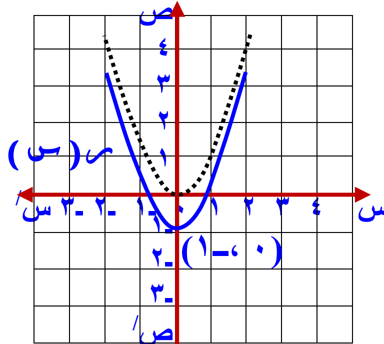
ومن الرسم حدد مجال ومدى الدالة وابحث اطرادها

الحــــــــــــل

Ⓐ ر(س) = س^{٢} ـ ١ إزاحة قدرها |١| فى اتجاه وص'

رأس المنحنى (٠ ،ـ١) ، المدى = [١ ، ∞ [

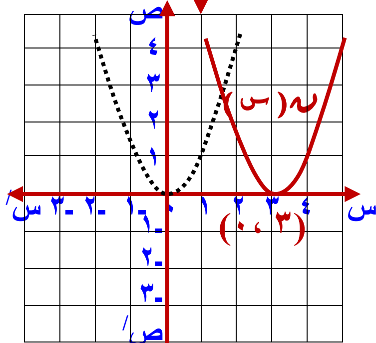
تناقصية]ـ∞،٠[، تزايدية]٠،∞[



Ⓑ ں(س) = (س ـ ٣)^{٢} قدرها |٣| فى اتجاه وس

رأس المنحنى (٣ ، ٠) ، المدى = [٠ ، ∞ [

تناقصية]ـ∞،٣[، تزايدية]٣،∞[



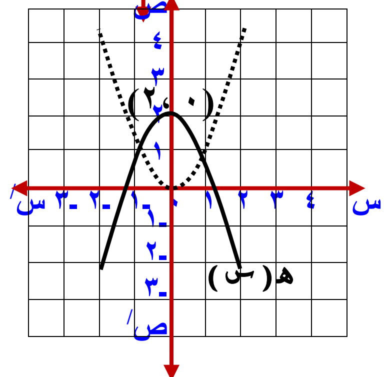
Ⓙ ه (س) = ٢ ـ س^{٢}

إنعكاس للدالة لوجود إشارة سالب

وإزاحة قدرها |٢| فى اتجاه وص

رأس المنحنى (٠ ، ٢) ، المدى =]ـ ∞ ، ٢]

، الدالة تزايدية فى]ـ∞،٠[، تناقصية فى]٠،∞[



مثــ٤ــال: ارسم فى شكل واحد منحنيات الدوال الآتية وعين مدى كل منها

واستنتج اطرادها ونوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

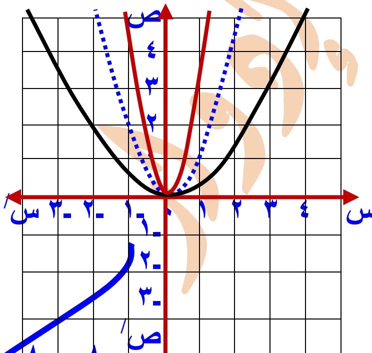
١) د$_{١}$ (س) = س^{٢} ٢) د$_{٢}$ (س) = ٢س^{٢} ٣) د$_{٣}$ (س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٢}

الحــــــــــــل

جميع الدوال نقطة رأس منحناها (٠ ، ٠)

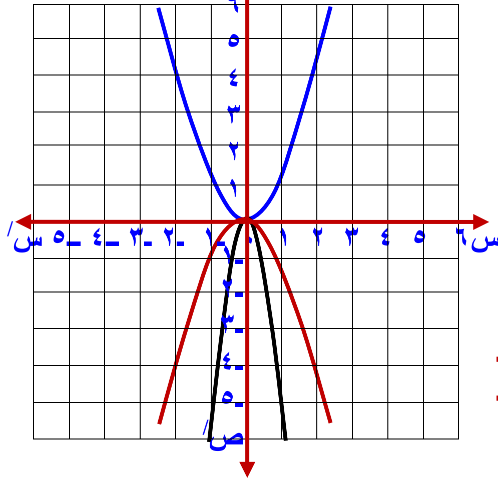
، مجالها ع ، مداها = [٠ ، ∞ [، جميع الدوال زوجية

، جميعها متناقصة فى]- ∞ ، ٠[، متزايدة فى [٠ ، ∞ [



مثـــ٥ـــال: ارسم فى شكل واحد منحنيات الدوال الآتية وعين مدى كل منها واستنتج اطرادها ونوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك :

١) $د_١$ (س) = س^٢ ٢) $د_٢$ (س) = ـ س^٢ ٣) $د_٣$ (س) = ـ ٢ س^٢



الحـــــــــــل

جميع الدوال نقطة رأس منحناها (٠ ، ٠)

، مجالها ع ، جميع الدوال زوجية

، $د_١$ مفتوح لأعلى مداها = [٠ ، ∞ [،

$د_٢$ مفتوح لأسفل مداها]- ∞ ، ٠]

الدالة متزايدة فى]- ∞ ، ٠] ، متناقصة فى [٠ ، ∞ [

$د_٣$ مفتوح لأسفل مداها]- ∞ ، ٠]

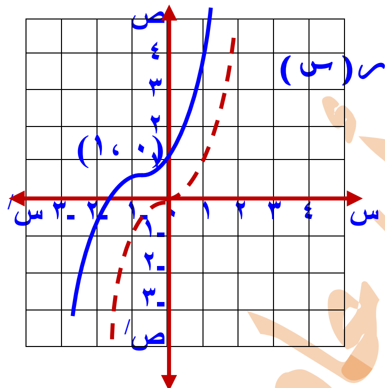
الدالة متزايدة فى]- ∞ ، ٠] ، متناقصة فى [٠ ، ∞ [

مثـــ٦ـــال: ارسم منحنى الدالة د(س) = س^٣ لتمثيل الدوال ر ، ω ، ه حيث

(أ) ر(س) = س^٣ + ١ (ب) ω(س) = (س ـ ٢)^٣ (جـ) ه(س) = (س + ١)^٣ + ٢

ومن الرسم حدد مجال ومدى الدالة وابحث اطرادها

الحـــــــــــل

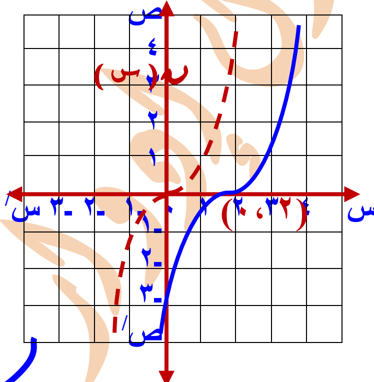


(أ) ر(س) = س^٣ + ١

إزاحة قدرها |١| فى اتجاه وص

رأس المنحنى (٠ ، ١) ، المدى = ع

، الدالة تزايدية على مجالها

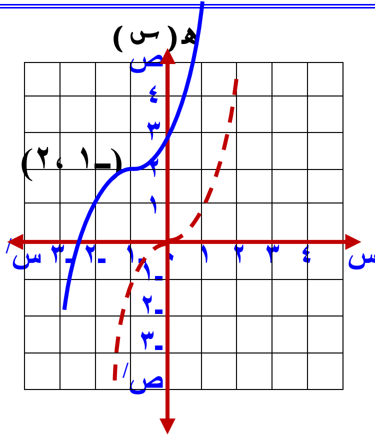


(ب) ω(س) = (س ـ ٢)^٣

إزاحة قدرها |٢| فى اتجاه وس

رأس المنحنى (٢ ، ٠) ، المدى = ع

، الدالة تزايدية على مجالها



(جـ) هـ(س) = (س + ١)^{٣} + ٢

إزاحة |٢| فى اتجاه وس′

وإزاحة |٢| فى اتجاه وص

رأس المنحنى (-١ ، ٢)   ، المدى = ع

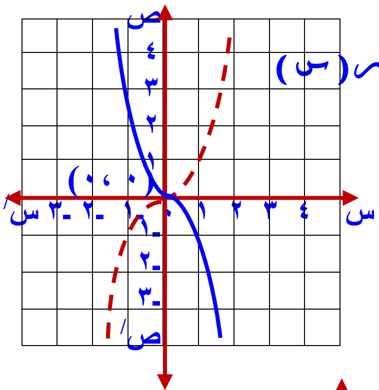
، الدالة تزايدية على مجالها

مثـــال ٧ : ارسم منحنى الدالة د(س) = س^{٢} لتمثيل الدوال ر ، ن ، هـ حيث

(أ) ر(س) = - س^{٣} (ب) ن(س) = ٢س^{٣} - ٢   (جـ) هـ(س) = -١ - (س + ٢)^{٣}

ومن الرسم حدد مجال ومدى الدالة وابحث اطرادها

الحـــــــــــــل

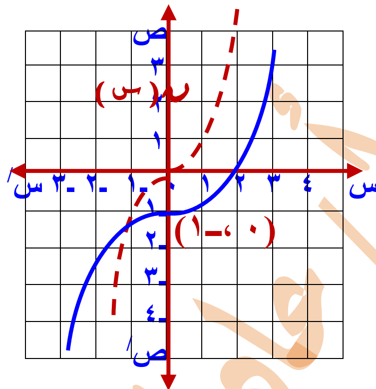


(أ) ر(س) = - س^{٣}

إنعكاس للدالة لوجود إشارة سالب

رأس المنحنى (٠ ، ٠)   ، المدى = ع

، الدالة تناقصية على مجالها



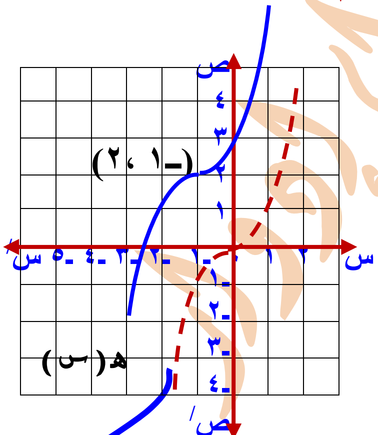
(ب) ن(س) = ٢س^{٣} - ١

إزاحة قدرها |١| فى اتجاه وص′

يوجد تمدد فى الدالة

رأس المنحنى (٠ ، - ١) ، المدى = ع

، الدالة تزايدية على مجالها



(جـ) هـ (س) = ١- (س + ٢)^{٣}

إنعكاس للدالة لوجود إشارة سالب

إزاحة |٢| فى اتجاه وس′

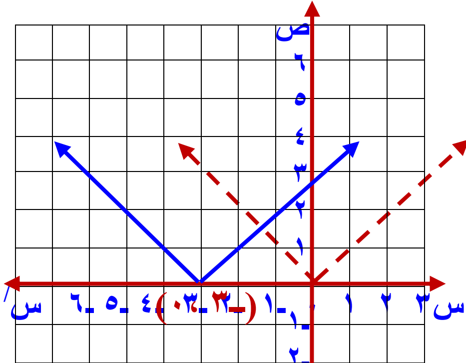
وإزاحة |١| فى اتجاه وص

رأس المنحنى (-٢ ، ١)   ، المدى = ع

، الدالة تناقصية على مجالها

مثـــ٨ـــال: من رسم منحنى الدالة د(س) = | س | أرسم ومن الرسم حدد مجال ومدى الدالة وابحث اطرادها ⓐ ر(س) = | س + ٣| ⓑ ه(س) = ٥ ـ | س|

الحــــــل

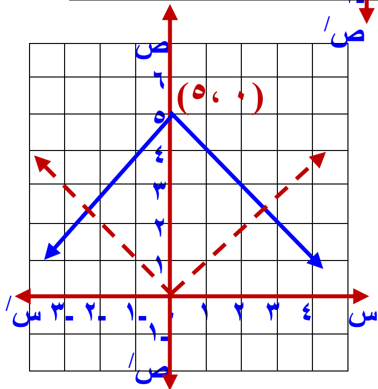


ⓐ ر (س) = | س + ٣| دالة مقياس

بإزاحة أفقية قدرها |٣| وس′

نقطة التماثل (ـ٣ ، ٠) مجال ع ، مدى [٠،∞[

تناقصية فى]ـ∞،ـ٣[، تزايدية فى]ـ٣،∞[



ⓑ ه (س) = ٥ ـ |س| دالة مقياس

إنعكاس للدالة لوجود إشارة سالب

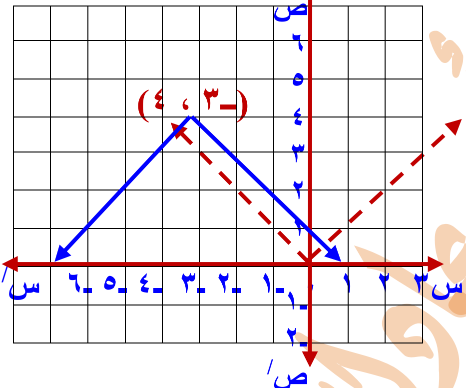
بإزاحة رأسية قدرها |٥| وص′

نقطة التماثل (٠ ، ٥) مجال ع، مدى] ـ ∞ ، ٥]

الدالة تزايدية فى]ـ∞،٠[، تناقصية فى]٠،∞[

مثـــ٩ـــال: من رسم منحنى الدالة د(س) = | س | أرسم ومن الرسم حدد مجال ومدى الدالة وابحث اطرادها ⓐ ه(س) = ٤ ـ |س +٢| ⓑ ر(س) = | $\frac{١}{٢}$ س + ٤| +٢

الحــــــل



ⓐ ه (س) = ٤ ـ |س +٣| دالة مقياس

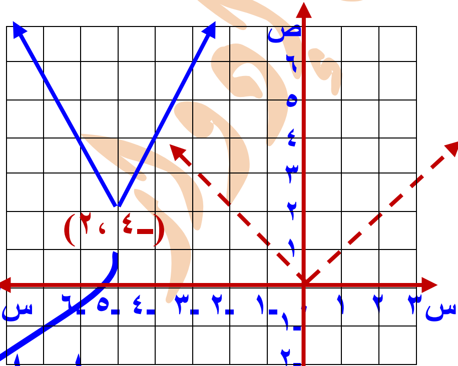
إنعكاس للدالة لوجود إشارة سالب

بإزاحة رأسية قدرها |٤| وW

بإزاحة أفقية قدرها |٣| وS

نقطة التماثل (ـ٣، ٤) مجال ع ، مدى] ـ∞ ، ٤)

تزايدية فى]ـ∞،٠[،]٠،∞[



ⓑ ر (س) = | س + ٣| دالة مقياس

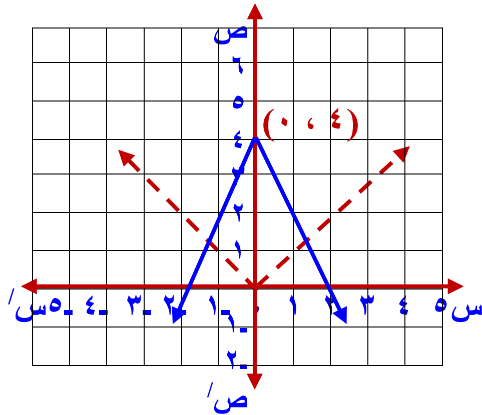
بإزاحة أفقية قدرها |٤| وس′ ، |٢| وص

نقطة التماثل (ـ٤ ، ٢) مجال ع ، مدى [٢،∞[

تناقصية فى]ـ∞، ـ٤[، تزايدية فى] ـ٤،∞[

مثــ١٠ـــال: من رسم منحنى الدالة د(س) = | س | أرسم الدوال الآتيةثم حدد مدى الدالة وابحث اطرادها Ⓐ هـ(س) = ٤ ـ ٢ |س| Ⓑ ر(س) = $\sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$

الحـــــــل



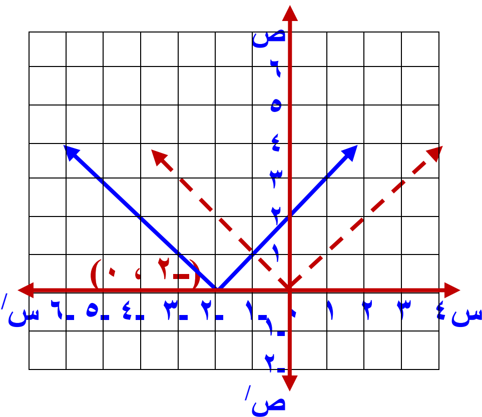
Ⓐ هـ (س) = ٤ ـ ٢ |س| دالة مقياس

تمدد فى منحنى الدالة و إنعكاس للدالة لوجود إشارة سالب

بإزاحة رأسية قدرها |٤| وص

نقطة التماثل (٤ ، ٠) مجال ع ، مدى] ـ ∞ ، ٤]

الدالة تزايدية فى] ـ∞،٠[، تناقصية فى]٠،∞[



Ⓑ ر(س) = $\sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$ = $\sqrt{(س + ٢)^٢}$

ر (س) = | س + ٢| دالة مقياس

بإزاحة أفقية قدرها |٢| وس/

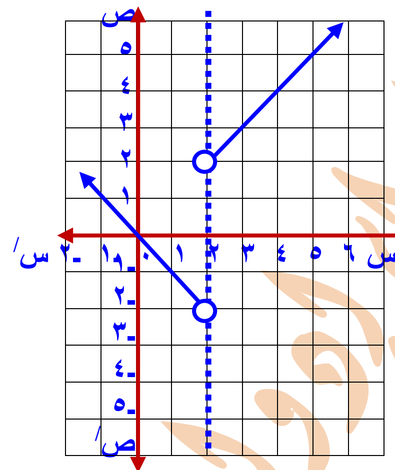
نقطة التماثل (ـ٢، ٠) مجال ع ، مدى [٠ ، ∞[

تزايدية فى]ـ∞،٠] ، [٠،∞[

مثــ١١ـــال: ارسم د(س) = $\frac{س^٢ ـ س ـ ٢}{|س ـ ٢|}$ حيث س ≠ ٢

ومن الرسم عين المدى وابحث الاطراد

الحـــــــل



د(س) = $\begin{cases} \frac{(س ـ ٢)(س + ١)}{(س ـ ٢)} & ، س > ٢ \\ \frac{(س ـ ٢)(س + ١)}{ـ (س ـ ٢)} & ، س < ٢ \end{cases}$

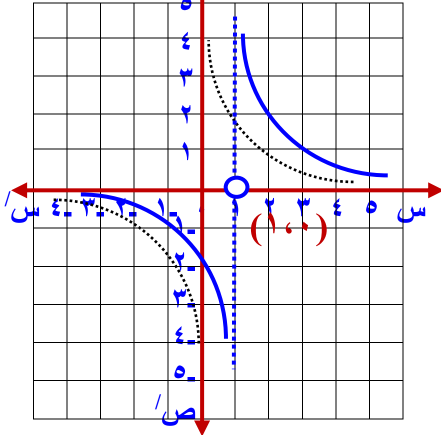
∴ د(س) = $\begin{cases} س + ١ & ، س > ٢ \\ ـ س ـ ١ & ، س < ٢ \end{cases}$

المجال = ع ـ {٢} ، المدى =]ـ٣ ، ∞ [

الدالة متناقصة فى]ـ ∞ ، ٢ [، متزايدة فى] ٢ ، ∞ [

مثــ١٢ــال: من رسم منحنى الدالة د(س) = $\frac{١}{س}$ أرسم الدوال الآتيةثم حدد مدى الدالة وابحث اطرادها ⓐ ر(س) = $\frac{١}{س ــ ١}$ ⓑ ﻫ(س) = ($\frac{١}{س}$) ــ ٣

الحـــــــــل

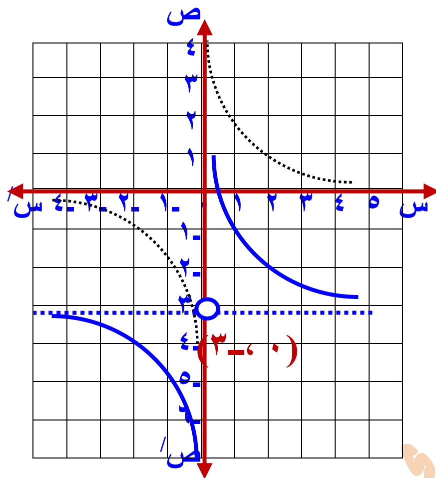


ⓐ ر (س) = $\frac{١}{س ــ ١}$ دالة كسرية

بإزاحة أفقية قدرها |١| وس/ نقطة التماثل (١ ، ٠)

مجال ع ــ {١} ، مدى ع ــ {٠}

تناقصية فى]ــ∞،١[، تناقصية فى]١،∞[



ⓑ ﻫ (س) = $\frac{١}{س}$ ــ٣ دالة كسرية

بإزاحة رأسية قدرها |٣| وص/

بإزاحة أفقية قدرها |٢| وس/ نقطة التماثل (٢ ، ــ٣)

مجال ع ــ {٢} ، مدى ع ــ {ــ٣}

تناقصية فى] ــ∞،٢[، تناقصية فى]٢،∞[

مثــ١٣ــال: من رسم منحنى الدالة د(س) = $\frac{١}{س}$ أرسم الدوال الآتيةثم حدد مدى الدالة وابحث اطرادها ⓐ ر(س) = $\frac{-١}{س}$ +٢ ⓑ ﻫ(س) = $\frac{١}{س ــ ٢}$ +٢

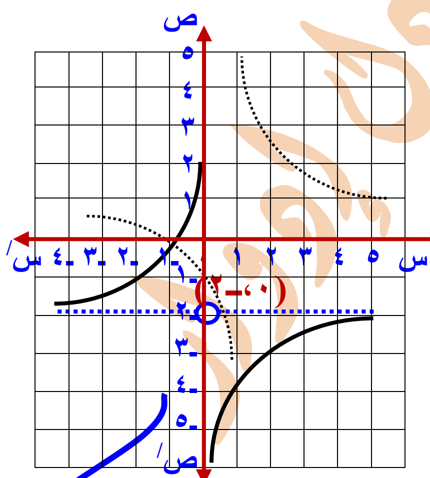
ⓐ ر (س) = $\frac{-١}{س}$ ــ٢ دالة كسرية

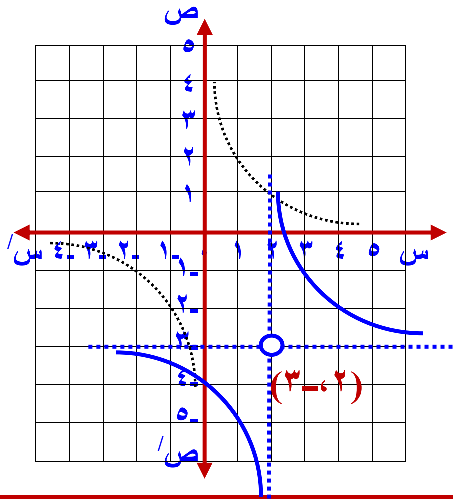
إنعكاس للدالة لوجود إشارة سالب

بإزاحة رأسية قدرها |٢| وص/ نقطة التماثل (٠ ،٢)

مجال ع ــ {٠} ، مدى ع ــ {٢}

تزايدية فى]ــ∞،٠[، تزايدية فى]٠،∞[





ⓗ هـ (س) = ($\frac{١}{س - ٢}$) - ٣ دالة كسرية

بإزاحة رأسية قدرها |٣| ← وص/

بإزاحة أفقية قدرها |٢| ← وس نقطة التماثل (٢ ، -٣)

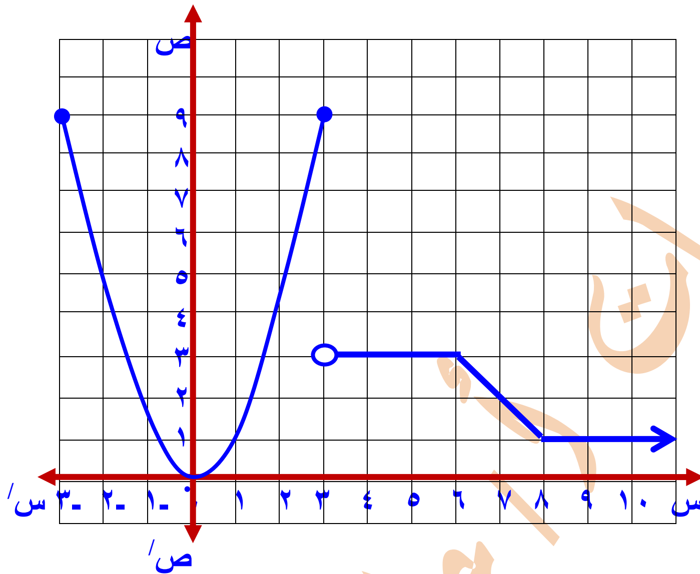
مجال ع - {٢} ، مدى ع - {-٣}

تناقصية فى]-∞،٢[، تناقصية فى]٢،∞[

مثـــ١٤ـــال: ارسم منحنى الدالة د(س) = { $س^٢$ عندما س ∈ [-٣ ، ٣] ؛ ٣ عندما س ∈] ٣ ، ٦] ؛ ٩- س عندما س ∈] ٦ ، ٨] ؛ صفر عندما س >٨ }

ثم عين مدى الدالة واستنتج اطرادها

الحـــــــــل



من الرسم : مدى الدالة = [٠ ، ٩]

الدالة متناقصة فى [-٣ ، ٠] ،

الدالة متزايدة فى [٠ ، ٣]

الدالة ثابتة فى] ٣ ، ٦]

الدالة متناقصة فى [٦ ، ٨]

الدالة ثابتة فى] ٨ ، ∞ [

مثـــ١٥ـــال: ابحث نوع د(س) = $س^٣$ | س | من حيث كونها زوجية أو فردية

الحـــــــــل

د(-س) = $(-س)^٣$ | -س | = $-س^٣$ | س | = - د(س) ∴ د فردية

مثـــ١٦ـــال:ابحث نوع د(س) = |٥+ س |+ |٥- س | من حيث كونها زوجية أو فردية

الحـــــــــل

د(- س) = |٥ - س|+ |س +٥| = |س +٥| + |س - ٥| = د(س) ∴ الدالة زوجية

تمـــــارين

١ ارسم منحنى الدالة د ، ومن الرسم حدد مداها وابحث اطرادها

أ د(س) = { |س| عندما س ⩽ ٠ ، س^2 عندما س > ٠ }

ب د(س) = { ٤ عندما س < -٢ ، س^2 عندما س ⩾ -٢ }

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

منحنى ر(س) = س^2 + ٤ هو نفس منحنى د(س) = س^2 بازاحة مقدارها ٤ وحدات فى اتجاه:

أ $\overleftarrow{\text{و س}}$ ب $\overleftarrow{\text{و س}}$ ج $\overleftarrow{\text{و ص}}$ د $\overleftarrow{\text{و ص}}$

نقطة رأس منحنى الدالة د(س) = (٢ - س)^2 + ٣ هي:

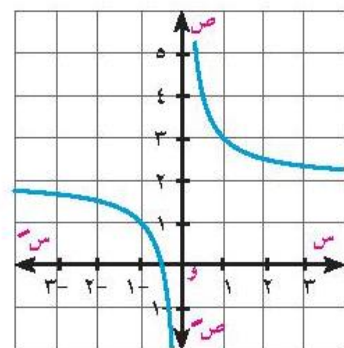
أ (٢، ٣) ب (٢، -٣) ج (-٢، ٣) د (-٢، -٣)

نقطة تماثل منحنى الدالة د حيث د(س) = $\frac{١}{س - ٣}$ + ٤ هى:

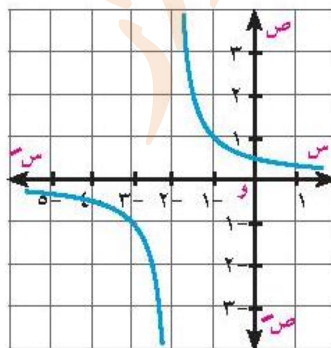
أ (٣، -٤) ب (-٣، -٤) ج (٣، ٤) د (-٣، ٤)

٣ رُسم منحنى الدالة د حيث د(س) = $\frac{١}{س}$، ثم أزيح فى اتجاه محورى الإحداثيات . اكتب قاعدة كل دالة التي تمثلها المنحنيات الآتية:

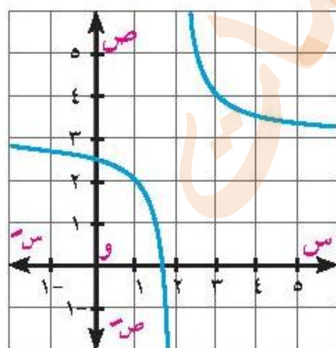
أ



ب



ج



٤ استخدم منحنى الدالة د حيث د(س) = س^{٢} لتمثيل ما يأتي بيانيًا.

أ د$_{١}$(س) = س^{٢} − ٤   ب د$_{٢}$(س) = (س − ٣)^{٢} ج د$_{٣}$(س) = (س − ١)^{٢} - ٢

٥ استخدم منحنى الدالة د حيث د(س) = س^{٣}. لتمثيل ما يأتي بيانيًا:

أ د$_{١}$(س) = د(س) − ٣   ب د$_{٢}$(س) = د (س − ٢)   ج د$_{٣}$(س) = د(س + ٣) + ٢

➤ ثم حدد نقطة التماثل لمنحنى كل دالة.

٦ إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\frac{١}{س}$ فارسم الشكل البيانى للدالة ق وحدد نقطة التماثل لمنحنى الدالة:

أ ق(س) = د(س − ٣)   ب ق(س) = د(س) + ٢   ج ق(س) = د(س - ٢) + ٢

٧ استخدم منحنى الدالة د حيث د(س) = |س| لتمثيل مايأتى بيانيًا.

أ د$_{١}$(س) = ٢ - |س| ب د$_{٢}$(س) = -|س +٥| ج د$_{٣}$(س) = ٤ - |س- ٢|

د د$_{٤}$(س) = ٢|س| هـ د$_{٥}$(س) = -٢ |س- ١| و د$_{٦}$(س) = ٥ - ٢ |س +٢|

٨ ارسم منحنى الدالة د فى كل مماياتى باستخدام التحويلات المناسبة ثم ابحث اطرادها

أ د$_{١}$(س) = { س^{٢} + ٢ عندما س ≥ ٠ ، -س^{٢} - ٢ عندما س < ٠ }

ب د$_{٢}$(س) = { س^{٢} + ١ عندما -٤ ≤ س < ٠ ، -س^{٢} - ١ عندما ٠ ≤ س ≤ ٤ }

النهايـــــــــــات

(١) مفاهيم ورموز وتمهيدات

ح = مجموعة الأعداد الحقيقية =] – ∞ ، ∞ [

ح$^+$ = مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة =] ٠ ، ∞ [

ح$^-$ = مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة =] – ∞ ، ٠ [

**** أنواع الكميات :**

(١) الكمية المعينة : هى الكمية التى لها جواب محدد مثل : ٣ – ٥ ، ٩ × ٨ ، ٧ ÷ ٤

(٢) الكمية غير المعرفة : هى الكمية التى لا معنى لها مثل : $\frac{أ}{٠}$ ، أ ≠ ٠

---

(٢) الرمزان ∞ ، – ∞ :

❖ الرمز ∞ يرمز لأى كمية تكون أكبر من أى عدد حقيقى موجب يمكن إدراكه

❖ الرمز – ∞ يرمز لأى كمية تكون أصغر من أى عدد حقيقى سالب يمكن إدراكه

❖ إذا كان : أ ∈ ح فإن : ∞ ± أ = ∞ ، – ∞ ± أ = – ∞

، ∞ × أ = { ∞ عندما أ > ٠ ، – ∞ عندما أ < ٠ ، كمية غير معينة عندما أ = ٠ }

– ∞ × أ = { – ∞ عندما أ > ٠ ، ∞ عندما أ < ٠ ، كمية غير معينة عندما أ = ٠ }

(٣) **الكمية الغير المعينة :** هى الكمية التى لا نستطيع أن نجد لها جواباً محدداً حيث يكون لها عدد لا نهائى من الحلول مثل : $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ " كمية غير معينة "

* يوجد عدد لا نهائى من الأعداد الحقيقية إذا ضربت فى صفر كان الناتج = صفراً

∵ ٠ × أى عدد = ٠ ∴ $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ = أى عدد (غير معينة)

∵ ∞ × أى عدد = ∞ ∴ $\frac{\infty}{\infty}$ = أى عدد (غير معينة)

∵ ∞ + أى عدد = ∞ ∴ ∞ − ∞ = أى عدد (غير معينة)

∵ $\frac{\text{أى عدد}}{\infty}$ = صفر ∴ ٠ × ∞ = أى عدد (غير معينة)

العامل الصفرى :

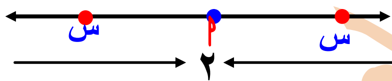
إذا كانت د دالة فى المتغير س على صورة كثيرة حدود من درجة ن وكانت

د (م) = ٠ حيث م ∈ ح فإن المقدار (س ـ م) يسمى العامل الصفرى للدالة د

وهذا يعنى أن : د (س) يقبل القسمة على (س ـ م) بدون باق

أى أن : د (س) = (س ـ م) × كثيرة حدود أخرى

** **مفهوم الرمز " ← " فى النهايات :**



إذا تصورنا أن س نقطة تتحرك على خط الأعداد

فإن موضعها عند كل نقطة أثناء حركتها يعين عدداً حقيقياً ما .

قيل أن س تقترب من العدد ٢ من خلال قيم أكبر قليلاً من العدد ٢ تقترب ٢ من اليمي

أ، قيل أن س تقترب من العدد ٢ من خلال قيم أصغر قليلاً من العدد ٢ تقترب ٢ من اليسار

وإذا أقتربت س من العدد ٢ من جهة اليمين ومن اليسار قيل إن س تقترب من العدد ٢

ونعبر عن ذلك رمزياً بالصورة : س ← ٢

مفهوم نهاية دالة عند نقطة

إذا أردنا إيجاد قيمة الدالة د : د(س) = $\frac{س^٢ - ١}{س - ١}$ عند س = ١

بالتعويض عن قيمة س = ١ فإن د(١) = $\frac{(١)^٢ - ١}{١ - ١}$ = $\frac{صفر}{صفر}$ كمية غير معينة

ولذلك نلجأ إلى دراسة نهاية د(س) عندما س تقترب إلى العدد (١)

[١] الطريقة العددية

	س تقترب جداً من (١) من اليمين ⟸						⟹ س تقترب جداً من (١) من اليسار			
س	١,٤	١,٣	١,٢	١,١	١,٠١	١	٠,٩٩	٠,٩	٠,٨	٠,٧	٠,٦
د(س)	٢,٤	٢,٣	٢,٢	٢,١	٢,٠١	غير معينة	١,٩٩	١,٩	١,٨	١,٧	١,٦
	د(س) تقترب جداً من (٢) من اليمين ⟸					⟹ د(س) تقترب جداً من (٢) من اليسار					

وهذة الطريقة تسمى $\lim_{س \to ١}$ د(س) = ٢

وتقرأ : نهاية د(س) عندما تقترب س من ١ تساوى ٢

تعريف :

إذا كانت قيمة الدالة د تقترب من قيمة وحيدة (ل) عندما تقترب س من م من جهتى اليمين واليسار فإن نهابة د(س) تساوى (ل) وتكتب رمزياً $\lim_{س \to م}$ د(س) = ل

[٢] تقدير النهاية بيانياً

د(س) = $\frac{س^٢ - ١}{س - ١}$ غير معينة عند س ⟵ ١

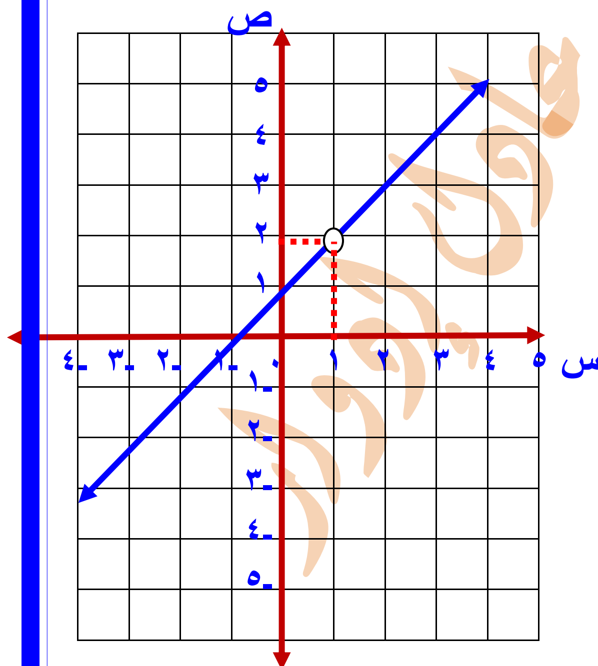
د(س) = $\frac{(س - ١)(س + ١)}{(س - ١)}$ = (س + ١)

ومن الرسم نجد أن د (س) = ١ + ١ = ٢

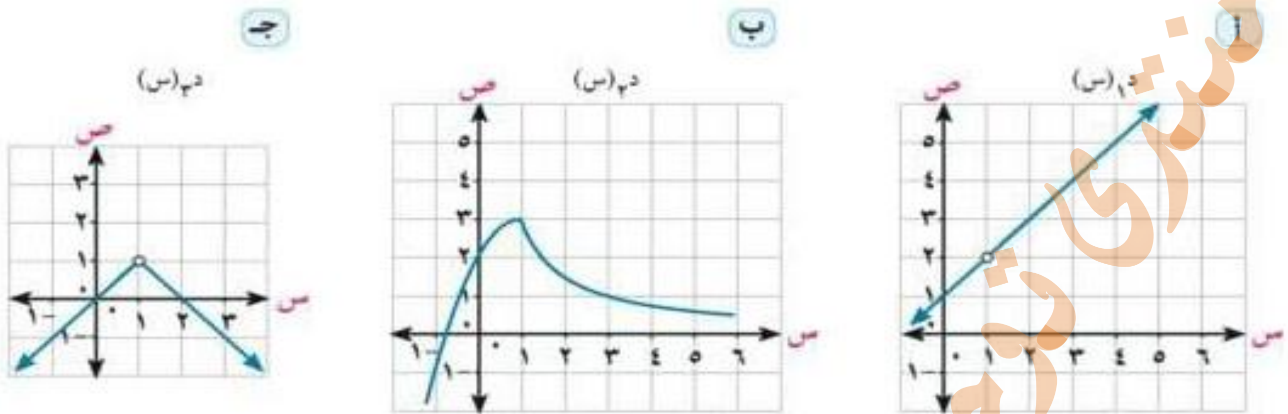
عندما : س ⟵ ١ من اليمين واليسار

فإن د(س) ⟵ ٢ من فوق وتحت

فيكون : $\lim_{س \to ١}$ د(س) = ٢

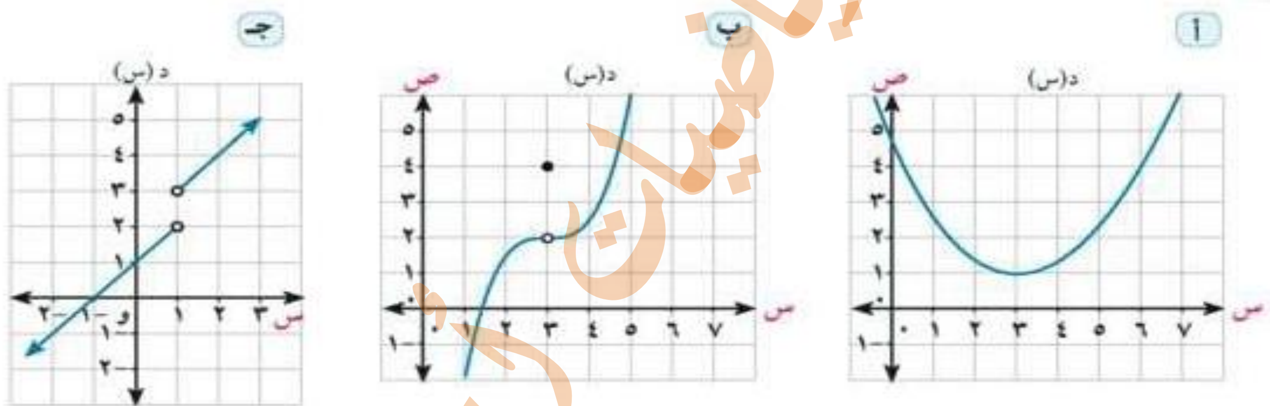


مثـــ١ـــال : قدر نهاية الدالة د(س) عندما س ⟵ ١



(أ) $\lim\limits_{س \to ١}$ د(س) = ٢ (ب) $\lim\limits_{س \to ١}$ د(س) = ٣ (جـ) $\lim\limits_{س \to ١}$ د(س) = ١

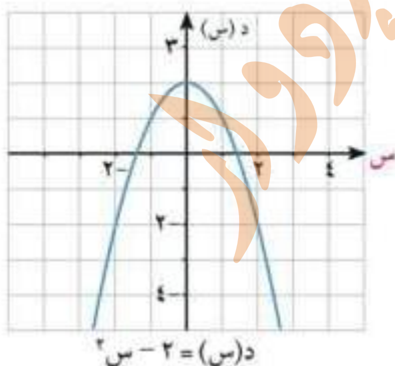
مثـــ٢ـــال : قدر نهاية الدالة د(س) عند النقط المبينة



(أ) $\lim\limits_{س \to ٣}$ د(س) = ١ (ب) $\lim\limits_{س \to ٣}$ د(س) = ٢ (جـ) $\lim\limits_{س \to ١}$ د(س) = غير موجودة

ليس من الضرورى أن قيمة الدالة تساوى قيمة النهاية

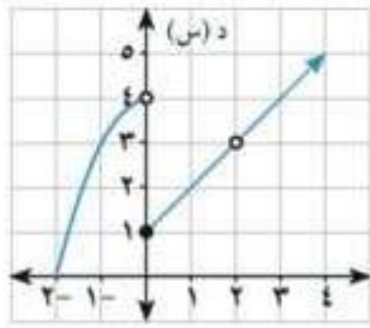
مثـــ٣ـــال : من الشكل البيانى المقابل



(أ) $\lim\limits_{س \to ٠}$ (٢ ـ $س^٢$) = ٢

(ب) د(صفر) = ٢

مثـــ٤ـــال : من الشكل البيانى المقابل



ⓐ د(٠) = ١ ⓑ د(٢) غير معرفة

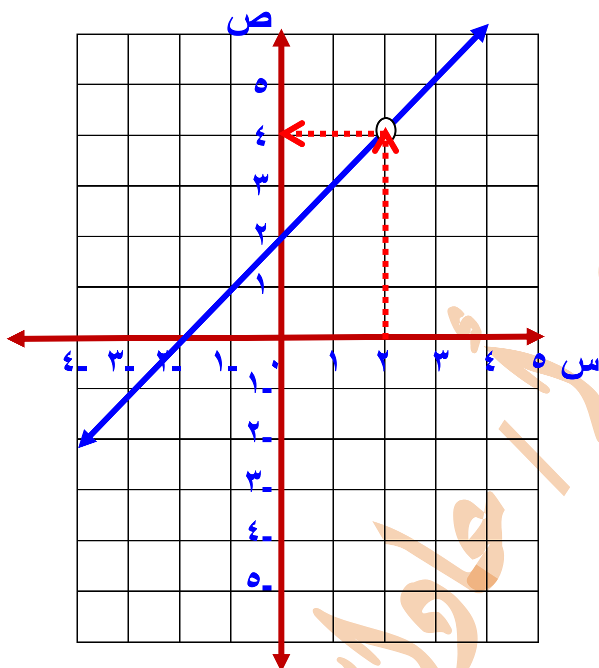
ⓒ $\lim_{س \to ٠}$ د (س) = غير موجودة

ⓓ $\lim_{س \to ٢}$ د (س) = ٣

مثـــ٥ـــال: أكمل الجدول الآتى وأستنتج $\lim_{س \to ٢} \frac{(س^٢ - ٤)}{(س - ٢)}$

س	١,٩	١,٩٩	١,٩٩٩	٢	٢,٠٠١	٢,٠١	٢,١
د(س)	٣,٩	٣,٩٩	٣,٩٩٩	٤	٤,٠٠١	٤,٠١	٤,١

د(س) = $\frac{(س^٢ - ٤)}{(س - ٢)}$ غير معينة عند س ← ١



د(س) = $\frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)}$ = (س + ٢)

ومن الرسم نجد أن د (س) = ٢+٢=٤

عندما : س ← ٢ من اليمين واليسار

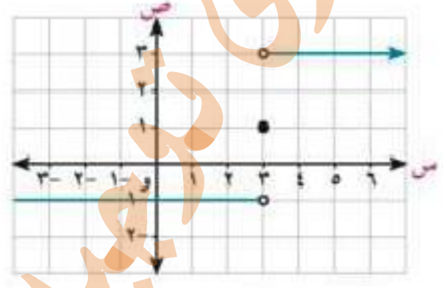
فإن د(س) ← ٤ من فوق وتحت

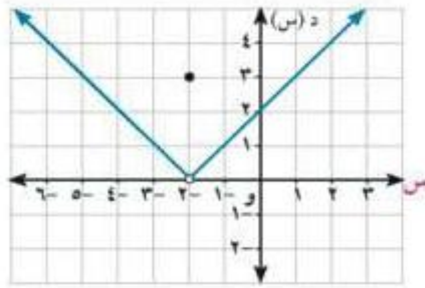
فيكون : $\lim_{س \to ٢}$ د(س) = ٤

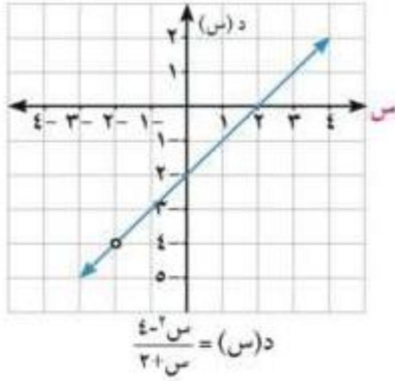
تمـــارين

(١) قدّر نهاية الدالة د(س) عند النقط المبينة

Ⓐ $\lim_{س \to ٣}$ د(س) Ⓑ $\lim_{س \to -٢}$ د(س) Ⓒ $\lim_{س \to ٢}$ د(س)

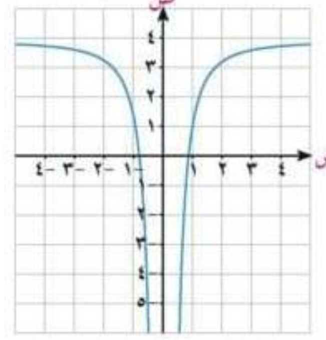




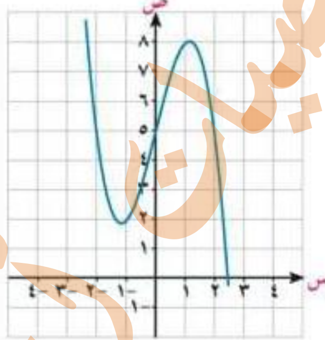


(٢) قدّر نهاية الدالة د(س) عند س ← صفر

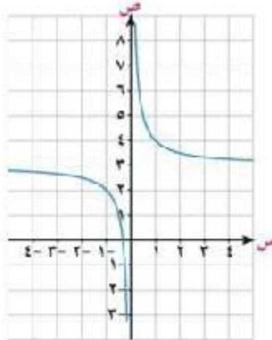
Ⓐ



Ⓑ



Ⓒ



(٣) أكمل الجدول الآتى وأستنتج $\lim_{س \to -١} \frac{(س^٢ - ١)}{(س - ١)}$

س	ـ١,١	ـ١,٠١	ـ١,٠٠١	ـ١	ـ٠,٩٩٩	ـ٠,٩٩	ـ٠,٩
د(س)				؟؟؟؟			

(٤) باستخدام الحاسبة قدّر نهاية الدوال الآتية

Ⓐ $\lim_{س \to ٢}$ (٣س - ١) Ⓑ $\lim_{س \to ١}$ (س^٢ + ٢)

Ⓒ $\lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)}{(س^٣ - ١)}$ Ⓓ $\lim_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٤س + ٣)}{(س - ٣)}$

نهاية دالة عند نقطة

مثال : إذا كانت د (س) = ٣ س + ٤ إوجد د (س) عندما س ← ٠

الحـــــــل

∵ س ← ١ ∴ نضع س = ١ + هـ حيث عندما س ← ١ فإن هـ ← ٠

∴ د (س) = ٣ (١ + هـ) + ٤ = ٣ + ٣ هـ + ٤ = ٧ + ٣ هـ

∴ د (س) ← ٧ عندما س ← ١

أى أن نهاية الدالة د(س) تساوى ٧ عندما س تؤول إلى ١

ويعبر عن ذلك بالصورة : نهـــــــا (س ← ١) (٣ س + ٤) = ٧

ملاحظة : فى المثال السابق نحصل على نفس النتيجة بالتعويض المباشر

نظرية : نهاية دالة كثيرة الحدود

نظـــرية (١)

* إذا كانت د (س) كثيرة حدود فى المتغير س فإن : نهـــــــا (س ← أ) د (س) = د (أ)

فمثلا : نهـــــــا (س ← ٣) (٣ س + ٤) = د (٣) = ٣ × ٣ + ٤ = ١٣

نتيجة : نهاية الدالة الثابتة : إذا كانت د (س) = ك حيث ك ثابت

فإن : نهـــــــا (س ← أ) د : (س) = ك

فمثلا : د (س) = ٤ ، نهـــــــا (س ← ٢) د(س) = ٤

نظرية (٢) : إذا كانت د ، ر دالتين فى المتغير س

وكانت : د (س) = ل ، ر (س) = م فإن :

(١) نهـــــــا (س ← أ) [د (س) ± ر (س)] = نهـــــــا (س ← أ) د (س) ± نهـــــــا (س ← أ) ر (س)

= ل ± م

أى أن :

نهاية المجموع الجبرى لدالتين (أو أكثر) = المجموع الجبرى لنهايتيهما (للنهايات)

(٢) نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ [د (س) × م (س)] = نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ د (س) × نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ م (س)

= ل × م

أى أن : نهاية حاصل ضرب دالتين (أو أكثر) = حاصل ضرب نهايتيهما (النهايات)

(٣) نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ ك × د (س) = ك نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ د (س) = ك × ل حيث ك ثابت

أى أن : نهاية حاصل ضرب ثابت × دالة = الثابت × نهاية هذه الدالة

(٤) نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ $\frac{\text{د (س)}}{\text{م (س)}}$ = $\frac{\text{نـهـا}_{س \leftarrow ا} \text{ د (س)}}{\text{نـهـا}_{س \leftarrow ا} \text{ م (س)}}$ = $\frac{\text{ل}}{\text{م}}$ حيث : م $\neq$ صفر

أى أن :

نهاية خارج قسمة دالتين = خارج قسمة نهايتيهما حيث : نهاية المقسوم عليه $\neq$ صفر

لإيجاد: نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ د (س) نوجد د (ا) بالتعويض المباشر فإذا كان الناتج :

١ ـ عدداً حقيقياً فإن نهاية الدالة عند س = ا هى هذا العدد الحقيقى

٢ ـ $\frac{\text{عدداً حقيقى} \neq \text{الصفر}}{\text{صفر}}$ " كمية غير معرفة " فإن الدالة لا يكون لها نهاية عند ا

٣ ـ $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ كمية غير معينة تستخدم النظرية التالية

٤ ـ $\frac{\text{ا}}{\pm \infty}$ = صفر

نظرية (٣) : إذا كانت د ، ق دالتين فى المتغير س

وكانت د (س) = ق (س) لجميع قيم س فيما عدا عند س = ا

وكانت : نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ ق (س) لها وجود

فإن : نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ ق (س) = نهـــا$_{س \leftarrow ا}$ د (س)

تستخدم هذه النظرية لإيجاد نهاية دالة كسرية جبرية وفيها نختصر العامل الصفرى

(س ـ ا) فى كل من البسط والمقام ويسمى عن طريق عدة طرق :

منها (!) التحليل ، (!!) القسمة المطولة ، (!!!) الضرب فى المرافق ....

مراجعة على التحليل : يراعى أولا إخراج العامل المشترك الأعلى

الفرق بين مربعين : س^{٢} – ٩ = (س – ٣) (س + ٣)

الفرق بين مكعبين : س^{٣} – ٨ = (س – ٢) (س^{٢} – ٢ س + ٤)

مجموع مكعبين : س^{٣} + ٢٧ = (س + ٣) (س^{٢} + ٣ س – ٩)

المقدار الثلاثى : إذا كان معامل س^{٢} = ١

س^{٢} + ٥ س + ٦ = (س + ٣)(س + ٢)

س^{٢} – ٥ س + ٦ = (س – ٣)(س – ٢)

س^{٢} + ٥ س – ٦ = (س – ١)(س + ٦)

س^{٢} – ٥ س – ٦ = (س – ٦)(س + ١)

س^{٢} – ٦ س – ١٦ = (س – ٨)(س + ٢)

إذا كان معامل س^{٢} ≠ ١

٣ س^{٢} + ١١ س + ٦ = (س + ٣)(٣ س + ٢)

٣ س^{٢} – ١٩ س + ٦ = (٣ س – ١)(س – ٦)

٣ س^{٢} + ٧ س – ٦ = (س + ٣)(٣ س – ٢)

٣ س^{٢} – ١٧ س – ٦ = (س – ٦)(٣ س + ١)

المقدار الثلاثى المربع الكامل :

س^{٢} + ٦ س + ٩ = (س + ٣)^{٢}

٢٥ س^{٢} – ٤٠ س + ١٦ = (٥ س – ٤)^{٢}

أمثلة : أوجد كلاً مما يلى :

مثـــال ١ : $\lim\limits_{س \leftarrow ١} \frac{٣ س + ٤}{س + ٥}$

الحـــــل

بالتعويض نجد أن : $\lim\limits_{س \leftarrow ١} \frac{٣ س + ٤}{س + ٥} = \frac{٣ \times ١ + ٤}{١ + ٥} = \frac{٧}{٦}$

مثـــال ٢ : $\lim\limits_{س \leftarrow -١} \frac{٣ س + ٤}{س + ١}$

الحـــــل

بالتعويض نجد أن :

$\lim\limits_{س \leftarrow -١} \frac{٣ س + ٤}{س + ١} = \frac{٣ \times (-١) + ٤}{-١ + ١} = \frac{١}{٠}$ كمية غير معرفة

∴ الدالة ليس لها نهاية أو النهاية ليس لها وجود

إستخدام التحليل لإيجاد نهاية دالة عند نقطة :

مثـــال ٣ : $\lim\limits_{س \leftarrow ٣} \frac{س^٢ - ٩}{س - ٣}$

الحـــــل

بالتعويض عن : س = ٣ نجد أن : د (٣) = $\frac{(٣)^٢ - ٩}{٣ - ٣} = \frac{صفر}{صفر}$ غير معينة

∴ $\lim\limits_{س \leftarrow ٣} \frac{س^٢ - ٩}{س - ٣} = \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٣)}$

= (س + ٣) = ٦

مثـــال ٤ : $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \frac{س^٢ - ٥س + ٦}{س - ٢}$

الحـــــل

بالتعويض عن س = ٢ نجد أن : د (٢) = $\frac{(٢)^٢ - ٥ \times ٢ + ٦}{٢ - ٢} = \frac{صفر}{صفر}$ غير معينة

∴ $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \frac{س^٢ - ٥س + ٦}{س - ٢} = \lim\limits_{س \leftarrow ٢} \frac{(س - ٢)(س - ٣)}{(س - ٢)}$

= (س - ٣) = -١

مثـــال ٥ : نهـــــا $_{س \leftarrow -٣}$ $\frac{س^٢ + ٣ س}{س^٢ + س - ٦}$

الحـــــــل

بالتعويض عن س = ـ ٣ نجد أن : د (ـ ٣) = $\frac{٩ - ٣ \times ٣}{٩ - ٣ - ٦}$ = $\frac{صفر}{صفر}$ غير معينة

∴ نهـــــا $_{س \leftarrow -٣}$ $\frac{س^٢ + ٣ س}{س^٢ + س - ٦}$ = نهـــــا $_{س \leftarrow -٣}$ $\frac{س (س + ٣)}{(س - ٢) (س + ٣)}$

= نهـــــا $_{س \leftarrow -٣}$ $\frac{س}{(س - ٢)}$ = $\frac{-٣}{-٣ - ٢}$ = $\frac{٣}{٥}$

إستخدام القسمة المطولة لإيجاد نهاية دالة عند تقطة :

مثـــال ٦ : نهـــــا $_{س \leftarrow ٣}$ $\frac{س^٣ - ٤ س^٢ + س + ٦}{س^٢ - ٤س + ٣}$

الحـــــــل

بالتعويض عن س = ٣ نجد أن : د (٣) = $\frac{٣^٣ - ٤ \times ٣^٢ + ٣ + ٦}{٣^٢ - ٤ \times ٣ + ٣}$ = $\frac{صفر}{صفر}$

∴ (س - ٣) عامل مشترك بين البسط والمقام (العامل الصفرى)

بإجراء قسمة مطولة للبسط على (س - ٣) " لصعوبة تحليل البسط "

∵ $س^٣ - ٤ س^٢ + س + ٦$ ÷ (س - ٣) = $س^٢ - س - ٢$

$\pm س^٣ \mp ٣ س^٢$

$- س^٢ + س + ٦$

$\mp س^٢ \pm ٣ س$

$- ٢ س + ٦$

$\mp ٢ س \pm ٦$

....

∴ نهـــــا $_{س \leftarrow ٣}$ $\frac{(س - ٣) (س^٢ - س - ٢)}{(س - ٣) (س - ١)}$ = $\frac{٩ - ٣ - ٢}{٣ - ١}$ = ٢

مثـــال ٧ : نهـــــا $_{س \leftarrow ١}$ $\frac{س^٣ - ٢س + ١}{س^٢ + ٣س - ٤}$

الحـــــــل

بالتعويض عن س = ١ نجد أن : د (١) = $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

∴ (س – ١) عامل مشترك بين البسط والمقام (العامل الصفرى)

يمكن استخدام طريقة مبسطة بإجراء القسمة بطريقة (القسمة التركيبية)

(١) نكتب معاملات المقسوم مرتبة تنازلياً وتساوى المقسوم علية بالصفر للحصول على قيمة س كما بالشكل

(٢) أترك أول معامل ثم أضرب المعامل الأول فى قيمة س وأكتب الناتج أسفل المعامل الثانى وأجمع

(٣) كرر عمليتى الضرب والجمع

نجد أن معاملات خارج القسمة هى: ١ ، ـ١ ، ـ١

على الترتيب فإن خارج القسمة هو س^{٢} ـ س ـ ١

١	ـ ٢	٠	١+	١
	١ (١×)	□	□	
١	ـ ١			
١	+ ـ٢	٠ (١×)	+ ١ (١×)	
١	ـ ١	ـ ١	ـ١	
١	ـ ١	ـ ١	٠	

خارج القسمة

س^{٢} ـ س ـ ١

∴ $\lim\limits_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س^{٢} - س - ١)}{(س - ١)(س + ٤)} = \frac{١ - ١ - ١}{١ + ٤} = \frac{١}{٥}$

مثــ٨ــال : نهـــا $\lim\limits_{س \to ٢} \frac{س^{٣} - ٧س + ٦}{٣س^{٢} - ٨س + ٤}$

الحـــــــل

بالتعويض عن س = ١ نجد أن : د (١) = $\frac{١^{٣} + ١ - ٢}{١^{٢} + ٣ \times ١ - ٤} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ غير معينة

∴ (س – ١) عامل مشترك بين البسط والمقام (العامل الصفرى)

يمكن استخدام طريقة مبسطة بإجراء القسمة بطريقة (القسمة التركيبية)

١	+ ٠	ـ ٧	ـ ٦	٢
	٢ (٢×)	□	□	
١	+ ٢	ـ ٧	ـ٦	
١	+ ٢	٤ (٢×)	ـ ٦ (٢×)	
١	+ ٢	ـ ٣	٠	

خارج القسمة

س^{٢} + ٢ س ـ٣

∴ $\lim\limits_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س - ٣)}{(س - ٢)(٣س - ٢)}$

$= \lim\limits_{س \to ٢} \frac{(س^{٢} + ٢س - ٣)}{(٣س - ٢)}$

$= \frac{(٤ + ٤ - ٣)}{(٦ - ٢)} = \frac{٥}{٤}$

الضرب فى المرافق :

إذا وجد فرق بين جذرين تربيعيين لمقدارين جبريين (فى البسط أو المقام أو كليهما)

نضرب كلاً من البسط والمقام فى مرافق (فى البسط أو المقام أو كليهما)

مثـــ٩ـــال : نهــــا (س ← ٠) $\frac{س^2 + ٢ س}{\sqrt{س + ٩} - ٣}$

الحـــــل

بالتعويض عن س = ٠ نجد أن : د (٠) = $\frac{(٠)^2 + ٢ \times ٠}{\sqrt{٠ + ٩} - ٣}$ = $\frac{صفر}{صفر}$ غير معينة

بالضرب بسطاً ومقاماً × مرافق المقام : $\sqrt{س + ٩} + ٣$ نجد أن :

نهــــا (س ← ٠) $\frac{س (س + ٢)(\sqrt{س + ٩} + ٣)}{(س + ٩) - ٩}$

= $(٠ + ٢)(\sqrt{٠ + ٩} + ٣) = ١٢$

مثـــ١٠ـــال : نهــــا (س ← ٣) $\frac{س - ٣}{\sqrt{س + ١} - ٢}$

الحـــــل

بالتعويض عن س = ٣ نجد أن : د (٣) = $\frac{٣ - ٣}{\sqrt{٣ + ١} - ٢}$ = $\frac{صفر}{صفر}$ كمية غير معينة

بالضرب بسطاً ومقاماً × مرافق المقام : $\sqrt{س + ١} + ٢$ نجد أن :

نهــــا (س ← ٠) $\frac{(س - ٣)(\sqrt{س + ١} + ٢)}{(س + ١) - ٤}$ = $(\sqrt{٣ + ١} + ٢) = ٤$

مثـــ١١ـــال : نهــــا (س ← ٢) $\left(\frac{س^2 - س}{س - ٢} - \frac{٢}{س - ٢} \right)$

الحـــــل

بتوحيد المقامات نجد أن :

نهــــا (س ← ٢) $\frac{س^2 - س - ٢}{س - ٢}$

بالتعويض عن س = ٢ نجد أن : د (٢) = $\frac{٢^{٢} - ٢ - ٢}{٢ - ٢}$ = $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

∴ $\lim_{\text{س} \to ٢} \frac{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ١)}{\text{س} - ٢}$ = ٢ + ١ = ٣

تمـــــــــــــارين

أكمـــــــل ما يأتى

(١) $\lim_{\text{س} \to ٢} (٣\text{س} - ١)$ =......

(٢) $\lim_{\text{س} \to -٢} \frac{\text{س}^{٣} - ٢٧}{\text{س} - ٣}$ =........

(٣) $\lim_{\text{س} \to -٢} \frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س} + ٢}$ =...........

(٤) $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٢}} (٢\text{س} - \text{جا س})$ = ...

(٥) إذا كان : $\lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{أ}}{\text{س} + ١}$ = ٤ فإن : أ = ...

إختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه

(١) $\lim_{\text{س} \to ٤} (٣\text{س} - \sqrt{\text{س}})$ (أ) ٨ (ب) ١٠ (جـ) ١٤ (د) ١٦

(٢) $\lim_{\text{س} \to -٢} \frac{٣\text{س}^{٢} - ١٢}{\text{س} + ٢}$ (أ) ١٨ (ب) −٣ (جـ) ١٢ (د) −١٢

(٣) $\lim_{\text{س} \to ٣} \frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ١٢}$ (أ) $\frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{١}{٧}$ (جـ) −١ (د) −٥

(٤) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\sqrt{\text{س} + ١} - ١}{\text{س}}$ (أ) ٠ (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) غير معرفة

(٥) ∴ $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جا س}}{\text{س}}$ (أ) ١ (ب) $\frac{\pi}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{\pi}$ (د) غير معرفة

أوجد كلاً مما يأتى :

١	$\lim_{\text{س} \to \text{٣}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} + \text{٦}}{\text{س} + \text{٣}}$	٢	$\lim_{\text{س} \to \text{٣}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٩}}{\text{س} + \text{٣}}$
٣	$\lim_{\text{س} \to \text{٢}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} - \text{٦}}{\text{س} - \text{٢}}$	٤	$\lim_{\text{س} \to \text{٣}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٩}}{\text{س} - \text{٣}}$
٥	$\lim_{\text{س} \to -\text{٣}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥س} + \text{٦}}{\text{س} + \text{٣}}$	٦	$\lim_{\text{س} \to \text{٣}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٥س} + \text{٦}}{\text{س} - \text{٣}}$
٧	$\lim_{\text{س} \to \text{٢}} \dfrac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٨}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}}$	٨	$\lim_{\text{س} \to -\text{٣}} \dfrac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٢٧}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٩}}$
٩	$\lim_{\text{س} \to \text{١}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{١}}{\text{٢س} - \text{٢}}$	١٠	$\lim_{\text{س} \to \text{٢}} \dfrac{\text{٣س}^{\text{٢}} - \text{١٢}}{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٨}}$
١١	$\lim_{\text{س} \to \text{٥}} \dfrac{\text{٢س} - \text{١٠}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٥س}}$	١٢	$\lim_{\text{س} \to \text{١}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٣س} - \text{٤}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{س}}$
١٣	$\lim_{\text{س} \to \text{٢}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٥س} + \text{٦}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٢س} - \text{٨}}$	١٤	$\lim_{\text{س} \to -\text{٣}} \dfrac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٢٧}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٩س} + \text{١٨}}$
١٥	$\lim_{\text{س} \to -\text{١}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٥س} - \text{٦}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{١}}$	١٦	$\lim_{\text{س} \to \text{٤}} \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٧س} + \text{١٢}}{\text{س} - \text{٤}}$
١٧	$\lim_{\text{س} \to \text{٣}} \dfrac{\text{٢س}^{\text{٢}} - \text{٧س} + \text{٣}}{\text{س} - \text{٣}}$	١٨	$\lim_{\text{س} \to -\text{١}} \dfrac{\text{٣س}^{\text{٢}} - \text{س} - \text{٤}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٣س} + \text{٢}}$

١٩) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٢} \dfrac{٢\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ١٤}{٣\text{س}^{٢} - ٤\text{س} - ٤}$

٢٠) $\text{نهـا}_{\text{س} \to -١} \dfrac{٢\text{س}^{٢} + ٧\text{س} + ٥}{٣\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ١}$

٢١) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٤} \dfrac{٢\text{س}^{٢} - ٧\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١٢}$

٢٢) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٣} \dfrac{٢\text{س}^{٢} - ٥\text{س} - ٣}{\text{س} - ٣}$

٢٣) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٣} \left(\dfrac{\text{س}^{٢} + \text{س} - ١٢}{\text{س}^{٢} - ٩}\right)^{٢}$

٢٤) $\text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{٢}{[illegible]}} \left(\dfrac{٩\text{س}^{٢} - ٤}{٣\text{س} - ٢}\right)^{٢}$

٢٥) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٢} \dfrac{\text{س}^{٣} - \text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} - ٤}$

٢٦) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ١} \dfrac{\text{س}^{٣} - ٢\text{س}^{٢} + ١}{\text{س}^{٣} - ١}$

٢٧) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٢} \dfrac{\text{س}^{٣} - \text{س}^{٢} - ٨\text{س} + ١٢}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢}$

٢٨) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٢} \dfrac{\text{س}^{٣} - \text{س}^{٢} - ٤\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$

٢٩) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٢} \dfrac{\text{س}^{٣} + \text{س} - ١٠}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٤}$

٣٠) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ١} \dfrac{\text{س}^{٣} + ٤\text{س}^{٢} - \text{س} - ٤}{\text{س}^{٤} - ١}$

٣١) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٥} \dfrac{\text{س} - ٥}{\sqrt{\text{س} - ٤} - ١}$

٣٢) $\text{نهـا}_{\text{س} \to -١} \dfrac{\sqrt{\text{س} + ١٧} - ٤}{\text{س} + ١}$

٣٣) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٠} \dfrac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\sqrt{\text{س} + ٢٥} - ٥}$

٣٤) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٠} \dfrac{\sqrt{١ + \text{س}} - \sqrt{١ - \text{س}}}{٢\text{س}}$

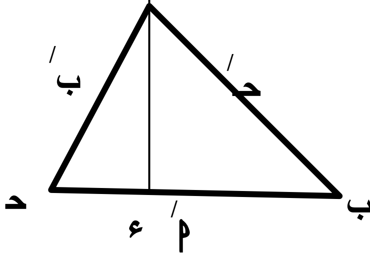
٣٥) $\text{نهـا}_{\text{س} \to -١} \dfrac{\sqrt{\text{س}^{٢} - \text{س} + ٢} - ٢}{\sqrt[٣]{\text{س}^{٣} + ١}}$

٣٦) $\text{نهـا}_{\text{س} \to ٣} \dfrac{\sqrt{\text{س} + ١} - ٢}{\sqrt{٧ - \text{س}} - ٢}$

قانون الجيب (قاعدة الجيب)

فى أى مثلث تتناسب أطوال أضلاع المثلث مع جيوب الزوايا المقابلة لها

أى أنه : في أي مثلث أ ب جـ يكون :



$$\frac{ﻫ/}{\text{جا } ﻫ} = \frac{ب/}{\text{حا ب}} = \frac{جـ/}{\text{حا حـ}}$$

حيث الرموز : ﻫ ، ب ، حـ تعبر عن قياسات زوايا المثلث ﻫ ب حـ

، ﻫ/ ، ب/ ، حـ/ تعبر عن أطوال الأضلاع ب حـ ، ﻫ حـ ، ﻫ ب على الترتيب

البرهان :

مساحة △ ﻫ ب حـ = $\frac{1}{2}$× ب حـ × ﻫ ء ،

∵ ﻫ ء = حـ/ جا ب (من مساحة △ﻫ ب ء)

∴ مساحة △ﻫ ب حـ = $\frac{1}{2}$× ب/ جـ/ حا ﻫ = $\frac{1}{2}$× ﻫ/ جـ/ حاب = $\frac{1}{2}$× ﻫ/ ب/ حا جـ

بالضرب × ٢ ثم القسمة على ﻫ/ ب/ جـ/ ينتج المطلوب

$$\frac{ﻫ/}{\text{جا } ﻫ} = \frac{ب/}{\text{حا ب}} = \frac{جـ/}{\text{حا حـ}}$$

ملاحظات :

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه = ﻫ/ + ب/ + جـ/

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$×طول القاعدة × الارتفاع

مساحة المثلث =$\frac{1}{2}$× حاصل ضرب طولي أي ضلعين × جيب الزاوية المحصورة بينهما

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$× ﻫ/ ب/ جا جـ = $\frac{1}{2}$× ب/ جـ/ جا ﻫ = $\frac{1}{2}$× ﻫ/ جـ/ جاب

محيط الدائرة = ٢ ط نق & مساحة الدائرة = ط نق^{2}

أكبر ضلع في المثلث يقابل أكبر زاوية في المثلث

أصغر ضلع في المثلث يقابل أصغر زاوية في المثلث

مثـ ١ـال : في المثلث ٩ ب جـ إذا كان ٩/ = ١٠سم ، ق(∠ب) = ٤٥° ، ق(∠جـ) =٦٠°

فأوجد قيمة كل من ب/ ، جـ/ ومساحة المثلث ٩ ب جـ لأقرب رقم عشري

الحـــــــــل

∵ ق(∠٩) = ١٨٠° − (٤٥ + ٦٠) = ٧٥°

∴ $\frac{٩/}{جا ٩} = \frac{ب/}{جا ب} = \frac{جـ/}{جا جـ}$ ∴ $\frac{١٠}{جا ٧٥} = \frac{ب/}{جا ٤٥} = \frac{جـ/}{جا ٦٠}$

∴ ب/ = $\frac{١٠ \times جا ٤٥}{جا ٧٥}$ = ٧,٤ سم

، جـ/ = $\frac{١٠ \times جا ٦٠}{جا ٧٥}$ = ٩ سم

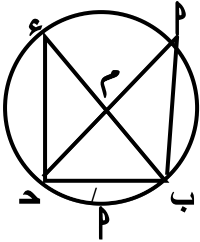
، مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ١/ ب/ جا جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٧,٤ × جا ٦٠° = ٣٢ سم²

تمرين مشهور

في أي مثلث ٩ ب جـ يكون :

∴ $\frac{٩/}{جا ٩} = \frac{ب/}{جا ب} = \frac{جـ/}{جا جـ}$ = ٢ نق

حيث نق طول نصف قطر الدائرة الخارجة للمثلث ٩ ب جـ



البرهان :

نرسم الدائرة م المارة برؤوس Δ ٩ ب حـ

ثم نرسم القطر ب ء ، الوتر حـ ء

فيكون : ق(∠ب حـ ء) = ٩٠° " محيطية مرسومة فى نصف دائرة "

، ق(∠٩) = ق(∠ء) " محيطيتان تحصران نفس القوس "

فى Δ ء ب حـ : حا ء = $\frac{٩/}{ب ء} = \frac{٩/}{٢ نق}$ ∴ حا ٩ = $\frac{٩/}{٢ نق}$

∴ $\frac{٩/}{حا ٩}$ = ٢ نق ∴ $\frac{٩/}{حا ٩} = \frac{ب/}{حا ب} = \frac{حـ/}{حا حـ}$ = ٢ نق

نتائج هامة

٩/ = ٢ نق جا ٩ & ب/ = ٢ نق جاب & جـ/ = ٢ نق جا جـ

جا ١ = $\frac{٩/}{٢ نق}$ & جا ب = $\frac{ب/}{٢ نق}$ & جا جـ = $\frac{حـ/}{٢ نق}$

ملاحظة هامة : تستخدم كل من قاعدة الجيب والتمرين المشهور إذا علم :

- قياسا زاويتين وطول ضلع
- قياسا زاويتين وطول نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث
- قياسا زاويتين وطول محيط المثلث

مثـــ٢ ـال: في المثلث ٩ ب جـ إذا كان ٩َ = ١٠سم ، ق(∠ب) = ٤٥° ، ق(∠جـ) = ٦٠°

فأوجد محيط الدائرة الخارجة للمثلث ٩ ب جـ

الحـــــــــل

∵ ق(∠٩) = ١٨٠ – (٤٥° + ٦٠°) = ٧٥°

∴ $\frac{٩َ}{جا ٩} = \frac{بَ}{جا ب} = \frac{جـَ}{جا جـ} = ٢ نق$

∴ $\frac{١٠}{جا ٧٥} = \frac{بَ}{جا ٤٥} = \frac{جـَ}{جا ٦٠} = ٢ نق$

∴ ٢ نق = $\frac{١٠}{جا ٧٥}$ = ١٠,٣ سم ∴ نق = ٥,٢ سم

∴ محيط الدائرة = ٢ ط نق = ٢ × ط × ٥,٢ = ٣٢,٥ سم

مثـ٣ـــال: إذا كان مقاييس زوايا مثلث تتناسب مع ١ : ٢ : ٣ فأثبت أن أطوال الأضلاع المقابلة لهذه الزوايا تتناسب مع ١ : $\sqrt{٣}$: ٢

الحـــــــــل

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق(∠٩) = ١٨٠ × $\frac{١}{٦}$ = ٣٠°

∴ ق(∠ب) = ١٨٠ × $\frac{٢}{٦}$ = ٦٠°

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠ × $\frac{٣}{٦}$ = ٩٠°

∵ $\frac{٩َ}{جا ٩} = \frac{بَ}{جا ب} = \frac{جـَ}{جا جـ}$

∴ ٩َ : بَ : جـَ = جا ٩ : جا ب : جاجـ = جا ٣٠° : جا ٦٠° : جا ٩٠°

= $\frac{١}{٢}$: $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$: ١ = ١ : $\sqrt{٣}$: ٢

مثـ٤ـال: ل م ن مثلث فيه كان ، ق(∠ل) = ٥٢ َ ٣٨ ْ ، ق(∠ن) =١٧ َ ٤٤ ْ
م َ = ٣٥٢,٧ فأوجد م ن ، ل م

الحــــــــــــــل

∵ ق(∠م) = ١٨٠ ْ − (٥٢ َ ٣٨ ْ + ١٧ َ ٤٤ ْ) =٥١ َ ٩٦ ْ

∴ $\frac{م َ}{جا م} = \frac{ل َ}{حا ل} = \frac{ن َ}{حا ن}$

∴ $\frac{٣٥٢,٧}{جا ٥١ َ ٩٦ ْ} = \frac{ل َ}{جا ٥٢ َ ٣٨ ْ} = \frac{ن َ}{حا ١٧ َ ٤٤ ْ}$

∴ م ن = ل َ = $\frac{٣٥٢,٧ \times جا ٥٢ َ ٣٨ ْ}{جا ٥١ َ ٩٦ ْ}$ = ٢٢٢,٩

∴ ل م = ن َ = $\frac{٣٥٢,٧ \times جا ١٧ َ ٤٤ ْ}{جا ٥١ َ ٩٦ ْ}$ = ٢٤٨

مثـ٥ـال: إذا رمزنا لمساحة سطح المثلث ᵖ ب جـ بالرمز Δ فأثبت أن

Δ = $\frac{ᵖ َ ب َ جـ َ}{٤ نق}$ = ٢ نق^{٢} جا ᵖ جا ب جا حـ حيث : نق طول نصف قطر الدائرة

الحــــــــــــــل

∵ Δ= $\frac{١}{٢}$ب َ جـ َ جا ᵖ   ∵ $\frac{ᵖ َ}{جا ᵖ}$ = ٢ نق   ∴ جا ᵖ = $\frac{ᵖ َ}{٢ نق}$

∴ Δ = $\frac{١}{٢}$ ب َ جـ َ $\frac{ᵖ َ}{٢ نق}$ = $\frac{ᵖ َ ب َ جـ َ}{٤ نق}$ [١]

∵ $\frac{ب َ}{حا ب} = \frac{جـ َ}{حا جـ}$ = ٢ نق   ∴ ب َ = ٢ نق حاب ، جـ َ = ٢ نق حاجـ

∴ Δ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ نق حا ب × ٢ نق جا جـ × جا ᵖ = ٢ نق^{٢} حا ب جا جـ جا ᵖ

مثـ٦ـال: ᵖ ب حـ مثلث فيه حا ᵖ : جا ب : جا جـ = ٩ : ٢ : ٤
أوجد أطوال أضلاعه إذا علم أن محيطه = ٤٥ سم

الحــــــــــــــل

∵ $\frac{ᵖ َ}{جا ᵖ} = \frac{ب َ}{حا ب} = \frac{جـ َ}{حا حـ}$ = م

∴ $\frac{أ'}{٩} = \frac{ب'}{٢} = \frac{جـ'}{٤} = م$ ∴ أ' = ٩ م ، ب' = ٢ م ، جـ' = ٤ م

∴ $\frac{أ'}{٩} = \frac{ب'}{٢} = \frac{جـ'}{٤} = \frac{أ' + ب' + جـ'}{٩ + ٢ + ٤} = م$ ، حيث $\frac{\text{مجموع المقدمات}}{\text{مجموع التوالى}}$ = أحدى النسب

∴ $\frac{أ'}{٩} = \frac{ب'}{٢} = \frac{جـ'}{٤} = \frac{٤٥}{١٥} = ٣$

∴ أ' = ٩ × ٣ = ٢٧ سم

ب' = ٢ × ٣ = ٦ سم

جـ' = ٤ × ٣ = ١٢ سم

تمـــــــــارين

١ – ل م ن مثلث فيه ل' = ٢٤ سم ، ق(∠ل) = ٣٧ ° ، ق(∠ م) = ١٠٠ ° أوجد لأقرب رقم عشري واحد كل من ن' ، وطول نصف قطر الدائرة الخارجة للمثلث

٢ – أ ب جـ مثلث فيه أ' = ٢٠ سم ، ق(∠ ب) = ٣٠ ° ، ق(∠ جـ) = ٨٠ ° أوجد مساحة المثلث أ ب جـ

٣ – Δ أ ب حـ فيه ق(∠ أ) = ٦٠° ؛ ق (∠ب) = ٤٠° طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه = ٢٠ سم أوجد مساحة سطح المثلث لأقرب سم^2

٤ – Δأ ب حـ فيه أ' = ٦سم ؛ ق (∠ ب) = ٤٠° ؛ ق (∠ حـ) = ٧٥ ° أوجد طول كلا من ب' ؛ أ ب قطر الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ لأقرب رقم عشري

٥ – أ ب حـ فيه أ' = ١٠سم ؛ ق(∠ ب) = ٥٥° ؛ ق(∠ حـ) = ٤٠° أوجد طول كلا من حـ' ؛ مساحة (Δ أ ب حـ) ؛ محيط الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ لأقرب رقم عشري

٦ – Δ أ ب حـ فيه أ' = ٦سم ؛ ق(∠ ب) = ١٢ ٤٦' ° ؛ ق(∠ حـ) = ١٨ ٧٤' ° أوجد طول ب لأقرب رقمين عشريين ؛ مساحة الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ لأقرب سم^2

٧ – Δ س ص ع فيه ص' = ١٠سم ؛ ق(∠ ص) = ١٠٠ ° ؛ ق(∠ ع) = ٣٢° أوجد كلا من مساحة (Δ س ص ع) لأقرب سم^2 ؛ محيط Δ س ص ع لأقرب سم

٨ – Δ أ ب حـ فيه حـ' = ١٩سم ؛ ق(∠ أ) = ١١٢° ؛ ق(∠ ب) = ٣٣° أوجد طول كلا من ب

لأقرب سم ؛ نصف قطر الدائرة الخارجة عن المثلث لأقرب رقمين عشريين

٩ – Δ ﻡ ب حـ فيه ق(∠ﻡ) = ٦٠° ؛ ق (∠ب) = ٤٠° طول نصف قطر الدائرة المارة بروؤسه = ٢٠ سم أوجد مساحة سطح المثلث لأقرب سم٢

١٠ – Δﻡ ب حـ فيه ﻡ/ = ١٢ سم ؛ ﻡ حـ = ١٠سم ؛ طول نصف قطر الدائرة المارة بروؤسه = ٧سم أوجد طول حـ/ لأقرب سم حيث Δ ﻡ ب حـ حاد الزوايا

١١ – Δ ﻡ ب حـ فيه حا حـ = ٠,٢ ؛ حـ/ = ١٤سم أوجد مساحة الدائرة المارة بروؤسه

١٢ –Δ ﻡ ب حـ فيه ﻡ/ = ٥سم ؛ ق (∠ب) =١٢٠° ؛ مساحة (Δﻡ ب حـ) = ١٠$\sqrt{3}$ سم٢ أوجد حـ/

١٣ – دائرة محيطها ٤٤سم تمر بروؤس Δ ﻡ ب حـ الذي فيه ق (∠ﻡ) =٦٠° أوجد ﻡ/

١٤ – دائرة مساحة سطحها ١٥٤سم٢ تمر بروؤس Δ ﻡ ب حـ الذي فيه ﻡ ب = ب حـ ؛ ق (∠ب) =٧٠° أوجد ﻡ/

١٥ – دائرة طول نصف قطرها ١٠سم تمر بروؤس Δ ﻡ ب حـ الذي فيه ق (∠ﻡ) = ٢٧° ؛ ق (∠حـ) = ٥٢° أوجد محيط Δﻡ ب حـ

١٦ – Δ ﻡ ب حـ فيه ق (∠ﻡ) : ق (∠ب) : ق (∠حـ) = ١: ٣: ٥ فإذا كان ﻡ/ = ١٨,٣ سم أوجد محيط Δ ﻡ ب حـ لأقرب سم

١٧ – Δ س ص ع فيه ق (∠س) : ق (∠ص) : ق (∠ع) = ١ : ٢ : ٣ إثبت أن : س/٢ : ص/٢ : ع/٢ = ١ : ٣ : ٤

١٨ – Δ ﻡ ب حـ فيه ﻡ/ = ٨ سم إثبت أن : ـ مساحة (Δ ﻡ ب حـ) = $\frac{\text{٢ب/حـ/}}{\text{نق}}$ حيث نق طول نصف قطر الدائرة الخارجة عن Δﻡ ب حـ

١٩ – Δ س ص ع قائم الزاوية في ص ، ق (∠ ع) = ٣٠° إثبت أن مساحته = $\sqrt{3}$ نق

٢٠ – في Δ ﻡ ب حـ إثبت أن : ـ مساحة (Δ ﻡ ب حـ) = ٢نق٢ حا ﻡ حاب حا حـ

٢١ – Δ ٱ ب حـ محيطه ١٦سم ؛ ق (∠ ٱ) = ٥٠° ؛ ق (∠ ب) =٥٦° أوجد ب/ ، حـ/

٢٢ – Δ ٱ ب حـ محيطه ١٢ سم ؛ ق (∠ ٱ) =٤٧° ؛ ق (∠ ب) = ٥٣° أوجد ب/

٢٣ – Δ ٱ ب حـ فيه ب حـ = ٥٥سم ، ق (∠ حـ) =٢٧° ، ق (∠ ٱ) = ٢٩° أوجد طول مسقط ٱ ب علي ب حـ ؛ طول العمود المرسوم من ٱ علي ب حـ لأقرب سم

٢٤ – Δ ٱ ب حـ فيه ٱ/ = ١٠سم ، ق (∠ ب) =٥٠° ، ق (∠ حـ) =٦٠° أوجد طول كلا من نصفي قطري الدائرتين الخارجة والداخلة للمثلث ٱ ب حـ

٢٥ – ٱ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه ب ٱ = ١٨سم ؛ ق (∠ حـ ٱ ب) = ٣٦° ، ق (∠ ء ب ٱ) = ٤٤° أوجد طول قطره ٱ حـ ؛ مساحة سطح متوازي الأضلاع ٱ ب حـ ء لأقرب وحدة

٢٦ – ٱ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه ٱ حـ = ٢٠ سم ؛ ق (∠ ب ٱ م) =٣٨° حيث م نقطة تقاطع قطريه؛ ق (∠ ٱ ب م) =٦٢ أوجد طول كلا من ٱ ب ؛ ب ء

٢٧ – ٱ ب حـ ء شبه منحرف فيه ٱ ء // ب حـ ؛ ٱ ء = ١٥ سم ؛ ق (∠ ء) =١٠٠° ؛ ق (∠ ب) = ٦٥° ؛ ق (∠ ٱ حـ ب) =٣٢° أوجد طول كلا من ٱ جـ ، ب حـ لأقرب سم ، مساحة سطح شبه المنحرف ٱ ب حـ ء لأقرب سم؟

٢٨ – ٱ ب حـ ء شكل رباعي دائري حيث ٱ ب قطر الدائرة المارة برؤوسه وطول نصف قطرها ٧سم ، ق (∠ حـ ٱ ب) =٢٠° ، ق (∠ ٱ ب ء) =٤٠° أوجد مساحة سطح الشكل ٱ ب حـ ء

٢٩ – ٱ ب حـ ء هـ مخمس منتظم طول ضلعه ١٨سم أوجد طول قطره لأقرب سم

٣٠ – ٱ ب جـ متساوي الساقين فيه ق (∠ ٱ) = ١٢٠° ،وطول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه ٢٠ سم أوجد ب/ ، ثم استنتج مساحة المثلث لأقرب سم؟

كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9

